

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования  
"САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ"

Кафедра №1

«УТВЕРЖДАЮ»

Руководитель направления

д.т.н., проф.

(должность, уч. степень, звание)

В.А. Фетисов

(подпись)

«18» июня 2021 г

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Применение вариационного исчисления в научных исследованиях»

(Название дисциплины)

Код направления	23.06.01
Наименование направления/ специальности	Техника и технологии наземного транспорта
Наименование направленности	Организация производства (в технике и технологии наземного транспорта)
Форма обучения	очная

Санкт-Петербург – 2021г.

## Лист согласования рабочей программы дисциплины

Программу составил(а)

Зав. каф., д.ф.-м.н., доц.

должность, уч. степень, звание



подпись, дата

14.05.2021

А.О. Смирнов

инициалы, фамилия

Программа одобрена на заседании кафедры № 1

«14» мая 2021 г., протокол № 5/1

Заведующий кафедрой № 1

д.ф.-м.н., доц.

должность, уч. степень, звание



подпись, дата

14.05.2021

А.О. Смирнов

инициалы, фамилия

Ответственный за ОП 23.06.01(01)

доц., к.т.н.

должность, уч. степень, звание



подпись, дата

14.05.2021

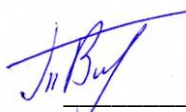
Н.Н. Майоров

инициалы, фамилия

Заместитель директора института (факультета) № 1 по методической работе

Старший преподаватель

должность, уч. степень, звание



подпись, дата

14.05.2021

В.Е. Таратун

инициалы, фамилия

## Аннотация

Дисциплина «Применение вариационного исчисления в научных исследованиях» входит в вариативную часть образовательной программы подготовки обучающихся по направлению 23.06.01 «Техника и технологии наземного транспорта» направленность «Организация производства (в технике и технологии наземного транспорта)». Дисциплина реализуется кафедрой №1.

Дисциплина нацелена на формирование у выпускника

универсальных компетенций:

УК-2 «способность проектировать и осуществлять комплексные исследования, в том числе междисциплинарные, на основе целостного системного научного мировоззрения с использованием знаний в области истории и философии науки»;

профессиональных компетенций:

ПК-5 «способность анализировать результаты научных исследований и применять их при решении конкретных образовательных и исследовательских задач».

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с экстремальными задачами и оптимальным управлением.

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: *лекции, консультации и самостоятельная работа.*

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости, промежуточная аттестация в форме зачёта.

Общая трудоёмкость освоения дисциплины составляет 2 зачётные единицы, 72 часа.

Язык обучения по дисциплине «русский».

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

### 1.1. Цели преподавания дисциплины

Целью преподавания дисциплины «Применение вариационного исчисления в научных исследованиях» является математическая подготовка аспирантов, чтобы впоследствии выпускник аспирантуры по направлению 23.06.01 мог успешно заниматься научно-исследовательской деятельностью в области профессиональных интересов:

- разработки математических моделей исследуемых процессов, явлений и объектов, относящихся к профессиональной сфере;
- выработки оптимальных методов и путей решения задач, относящихся к профессиональной сфере.

### 1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОП

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

УК-2 «способность проектировать и осуществлять комплексные исследования, в том числе междисциплинарные, на основе целостного системного научного мировоззрения с использованием знаний в области истории и философии науки»:

- знать - методы и алгоритмы вариационной оптимизации;
- уметь - применять методы вариационного исчисления;
- владеть навыками - работы с современным программным обеспечением при поиске оптимальных решений вариационных задач;
- иметь опыт деятельности - по применению методов вариационного исчисления при решении экстремальных задач.

ПК-5 «способность анализировать результаты научных исследований и применять их при решении конкретных образовательных и исследовательских задач»:

- знать – модели и методы анализа научных исследований;
- уметь – использовать аппарат вариационного исчисления для научно-исследовательских задач
- владеть навыками – применения вариационного исчисления для решения транспортных задач
- иметь опыт деятельности – в проведении анализа транспортных и образовательных задач методами вариационного исчисления.

## 2. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина базируется на знаниях, ранее приобретенных обучающимися при изучении следующих дисциплин:

- Математический анализ
- Линейная алгебра.

Знания, полученные при изучении материала данной дисциплины, имеют как самостоятельное значение, так и используются при изучении других дисциплин:

- Научно-исследовательская работа
- Научно-технический семинар
- Практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности (научно-исследовательская)

### 3. Объем дисциплины в ЗЕ/академ. час

Данные об общем объеме дисциплины, трудоемкости отдельных видов учебной работы по дисциплине (и распределение этой трудоемкости по семестрам) представлены в таблице 1

Таблица 1 – Объем и трудоемкость дисциплины

Вид учебной работы	Всего	Трудоемкость по семестрам
		№2
1	2	3
<b>Общая трудоемкость дисциплины, ЗЕ/(час)</b>	2/ 72	2/ 72
<i>Из них часов практической подготовки</i>		
<i>Аудиторные занятия, всего час., В том числе</i>	14	14
лекции (Л), (час)	14	14
Практические/семинарские занятия (ПЗ), (час)		
лабораторные работы (ЛР), (час)		
курсовой проект (работа) (КП, КР), (час)		
Экзамен, (час)		
<b>Самостоятельная работа, всего</b>	58	58
<b>Вид промежуточного контроля: зачет, дифф. зачет, экзамен (Зачет, Дифф. зач, Экз.)</b>	Зачет	Зачет

### 4. Содержание дисциплины

#### 4.1. Распределение трудоемкости дисциплины по разделам и видам занятий

Разделы и темы дисциплины и их трудоемкость приведены в таблице 2.

Таблица 2. – Разделы, темы дисциплины и их трудоемкость

Разделы, темы дисциплины	Лекции (час)	ПЗ (СЗ) (час)	ЛР (час)	КП (час)	СРС (час)
Семестр 2					
Раздел 1. Экстремум функции нескольких переменных.  Тема 1.1. Безусловный экстремум. Метод градиентного спуска. Тема 1.2. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.	3				14

Раздел 2. Экстремум функционалов Тема 2.1. Основные определения. Вариации функционалов. Постановки задач вариационного исчисления. Тема 2.2. Необходимое условие экстремума. Уравнение Эйлера. Тема 2.3. Достаточные условия экстремума. Условный экстремум. Задачи с подвижными границами.	7				30
Раздел 3. Прямые методы вариационного исчисления Тема 3.1. Конечно-разностный метод Эйлера. Тема 3.2. Метод Рунге. Тема 3.3. Метод Канторовича	4				14
Итого в семестре:	14				58
Итого:	14	0	0	0	58
Раздел 1. Экстремум функции нескольких переменных. Тема 1.1. Безусловный экстремум. Метод градиентного спуска. Тема 1.2. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.	3				14
Раздел 2. Экстремум функционалов Тема 2.1. Основные определения. Вариации функционалов. Постановки задач вариационного исчисления. Тема 2.2. Необходимое условие экстремума. Уравнение Эйлера. Тема 2.3. Достаточные условия экстремума. Условный экстремум. Задачи с подвижными границами.	7				30

Практическая подготовка заключается в непосредственном выполнении обучающимися определенных трудовых функций, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

#### 4.2. Содержание разделов и тем лекционных занятий

Содержание разделов и тем лекционных занятий приведено в таблице 3.

Таблица 3 - Содержание разделов и тем лекционных занятий

Номер раздела	Название и содержание разделов и тем лекционных занятий
1	<b>Экстремум функции нескольких переменных.</b> Тема 1.1. Безусловный экстремум. Достаточные условия строго экстремума. Метод градиентного спуска. (1,5 часа). Тема 1.2. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа (1,5

	часа).
2	<p><b>Экстремум функционалов.</b>          Тема 2.1. Определение функционала. Непрерывность функционала. Первая и вторая вариация функционала. Экстремум функционала. Постановки задач вариационного исчисления (2 часа).</p> <p>Тема 2.2. Необходимое условие экстремума. Уравнение Эйлера. Инвариантность уравнения Эйлера. Поле экстремалей (1,5 часа).</p> <p>Тема 2.3. Достаточное условие Якоби. Достаточные условия Лежандра. Достаточные условия Вейерштрасса. Условный экстремум. Вариационные задачи с подвижными границами. Разрывные задачи. Односторонние вариации (3,5 часа).</p>
3	<p><b>Прямые методы вариационного исчисления.</b>          Тема 3.1. Конечно-разностный метод Эйлера (1 час).          Тема 3.2. Метод Рунге (1,5 часа).          Тема 3.3. Метод Канторовича (1,5 часа).</p>

#### 4.3. Практические (семинарские) занятия

Темы практических занятий и их трудоемкость приведены в таблице 4.

Таблица 4 – Практические занятия и их трудоемкость

№ п/п	Темы практических занятий	Формы практических занятий	Трудоемкость, (час)	Из них практической подготовки, (час)	№ раздела дисциплины
Учебным планом не предусмотрено					

#### 4.4. Лабораторные занятия

Темы лабораторных занятий и их трудоемкость приведены в таблице 5.

Таблица 5 – Лабораторные занятия и их трудоемкость

№ п/п	Наименование лабораторных работ	Трудоемкость, (час)	Из них практической подготовки, (час)	№ раздела дисциплины
Учебным планом не предусмотрено				
	Всего:			

#### 4.5. Курсовое проектирование (работа)

Учебным планом не предусмотрено

#### 4.6. Самостоятельная работа обучающихся

Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость приведены в таблице 6.

Таблица 6 Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость

Вид самостоятельной работы	Всего, час	Семестр 2, час
1	2	3
Изучение теоретического материала дисциплины (ТО)	40	40
Курсовое проектирование (КП, КР)		
Расчетно-графические задания (РГЗ)		
Выполнение реферата (Р)		
Подготовка к текущему контролю успеваемости (ТКУ)	18	18
Домашнее задание (ДЗ)		
Контрольные работы заочников (КРЗ)		
Подготовка к промежуточной аттестации (ПА)		
Всего:	58	58

## 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся указаны в п.п. 6-11.

## 6. Перечень основной и дополнительной литературы

### 6.1. Основная литература

Перечень основной литературы приведен в таблице 7.

Таблица 7 – Перечень основной литературы

Шифр	Библиографическая ссылка / URL адрес	Количество экземпляров в библиотеке (кроме электронных экземпляров)
ЭБС Лань	Абдрахманов, В.Г. Элементы вариационного исчисления и оптимального управления. Теория, задачи, индивидуальные задания. [Электронный ресурс] : Учебные пособия / В.Г. Абдрахманов, А.В. Рабчук. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2014. — 112 с. — Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/book/45675">http://e.lanbook.com/book/45675</a> — Загл. с экрана.	ЭБС Лань

### 6.2. Дополнительная литература

Перечень дополнительной литературы приведен в таблице 8.

Таблица 8 – Перечень дополнительной литературы

Шифр	Библиографическая ссылка/ URL адрес	Количество экземпляров в библиотеке (кроме электронных экземпляров)
ЭБС Лань	Гюнтер, Н.М. Курс вариационного исчисления. [Электронный ресурс] :	ЭБС Лань



	Учебные пособия — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2009. — 320 с. — Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/book/119">http://e.lanbook.com/book/119</a> — Загл. с экрана.	
ЭБС Лань	Калинкин, А.В. Вариационное исчисление. [Электронный ресурс] : Учебно-методические пособия / А.В. Калинкин, А.В. Мастихин, Л.П. Паршев. — Электрон. дан. — М. : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. — 53 с. — Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/book/52058">http://e.lanbook.com/book/52058</a> — Загл. с экрана.	ЭБС Лань

## 7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины приведен в таблице 9.

Таблица 9 – Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

URL адрес	Наименование
	Не предусмотрено

## 8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

### 8.1. Перечень программного обеспечения

Перечень используемого программного обеспечения представлен в таблице 10.

Таблица 10 – Перечень программного обеспечения

№ п/п	Наименование
	Не предусмотрено

### 8.2. Перечень информационно-справочных систем

Перечень используемых информационно-справочных систем представлен в таблице 11.

Таблица 11 – Перечень информационно-справочных систем

№ п/п	Наименование
	Не предусмотрено

## 9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Состав материально-технической базы представлен в таблице 12.

Таблица 12 – Состав материально-технической базы

№ п/п	Наименование составной части материально-технической базы	Номер аудитории (при необходимости)
1	Лекционная аудитория	

## 10. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

10.1. Состав фонда оценочных средств приведен в таблице 13

Таблица 13 - Состав фонда оценочных средств для промежуточной аттестации

Вид промежуточной аттестации	Примерный перечень оценочных средств
Зачет	Список вопросов;

10.2. Перечень компетенций, относящихся к дисциплине, и этапы их формирования в процессе освоения образовательной программы приведены в таблице 14.

Таблица 14 – Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Номер семестра	Этапы формирования компетенций по дисциплинам/практикам в процессе освоения ОП
УК-2 «способность проектировать и осуществлять комплексные исследования, в том числе междисциплинарные, на основе целостного системного научного мировоззрения с использованием знаний в области истории и философии науки»	
1	История и философия науки
2	История и философия науки
2	Применение вариационного исчисления в научных исследованиях
ПК-5 «способность анализировать результаты научных исследований и применять их при решении конкретных образовательных и исследовательских задач»	
2	Научные исследования
2	Научные исследования
2	Применение вариационного исчисления в научных исследованиях
7	Практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности (научно-исследовательская)
8	Научные исследования

10.3. В качестве критериев оценки уровня сформированности (освоения) у обучающихся компетенций применяется шкала модульно–рейтинговой системы университета. В таблице 15 представлена 100–балльная и 4–балльная шкалы для оценки сформированности компетенций.

Таблица 15 –Критерии оценки уровня сформированности компетенций

Оценка компетенции		Характеристика сформированных компетенций
100-балльная шкала	4-балльная шкала	
$85 \leq K \leq 100$	«отлично» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> <li>- обучающийся глубоко и всесторонне усвоил программный материал;</li> <li>- уверенно, логично, последовательно и грамотно его излагает;</li> <li>- опираясь на знания основной и дополнительной литературы, тесно привязывает усвоенные научные положения с практической</li> </ul>

		деятельностью направления; - умело обосновывает и аргументирует выдвигаемые им идеи; - делает выводы и обобщения; - свободно владеет системой специализированных понятий.
$70 \leq K \leq 84$	«хорошо» «зачтено»	- обучающийся твердо усвоил программный материал, грамотно и по существу излагает его, опираясь на знания основной литературы; - не допускает существенных неточностей; - увязывает усвоенные знания с практической деятельностью направления; - аргументирует научные положения; - делает выводы и обобщения; - владеет системой специализированных понятий.
$55 \leq K \leq 69$	«удовлетворительно» «зачтено»	- обучающийся усвоил только основной программный материал, по существу излагает его, опираясь на знания только основной литературы; - допускает несущественные ошибки и неточности; - испытывает затруднения в практическом применении знаний направления; - слабо аргументирует научные положения; - затрудняется в формулировании выводов и обобщений; - частично владеет системой специализированных понятий.
$K \leq 54$	«неудовлетворительно» «не зачтено»	- обучающийся не усвоил значительной части программного материала; - допускает существенные ошибки и неточности при рассмотрении проблем в конкретном направлении; - испытывает трудности в практическом применении знаний; - не может аргументировать научные положения; - не формулирует выводов и обобщений.

#### 10.4. Типовые контрольные задания или иные материалы:

##### 1. Вопросы (задачи) для экзамена (таблица 16)

Таблица 16 – Вопросы (задачи) для экзамена

№ п/п	Перечень вопросов (задач) для экзамена
	Учебным планом не предусмотрено

##### 2. Вопросы (задачи) для зачета / дифференцированного зачета (таблица 17)

Таблица 17 – Вопросы (задачи) для зачета / дифф. зачета

№ п/п	Перечень вопросов (задач) для зачета / дифференцированного зачета
	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Безусловный экстремум. Достаточные условия строго экстремума.</li> <li>● Метод градиентного спуска.</li> <li>● Условный экстремум. Определение.</li> <li>● Метод множителей Лагранжа.</li> <li>● Определение функционала. Непрерывность функционала.</li> <li>● Вариация функционала.</li> <li>● Вторая вариация функционала.</li> <li>● Экстремум функционала. Необходимое условие экстремума.</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.</li> <li>• Обобщения простейшей задачи. Инвариантность уравнения Эйлера.</li> <li>• Поле экстремалей. Достаточное условие Якоби. Достаточные условия Лежандра.</li> <li>• Достаточные условия экстремума функционала. Достаточные условия Вейерштрасса. Достаточные условия Лежандра.</li> <li>• Условный экстремум.</li> <li>• Вариационные задачи с подвижными границами.</li> <li>• Разрывные задачи. Односторонние вариации.</li> <li>• Конечно-разностный метод Эйлера</li> <li>• Метод Рунге</li> <li>• Метод Канторовича</li> </ul>
--	---

3. Темы и задание для выполнения курсовой работы / выполнения курсового проекта (таблица 18)

Таблица 18 – Примерный перечень тем для выполнения курсовой работы / выполнения курсового проекта

№ п/п	Примерный перечень тем для выполнения курсовой работы / выполнения курсового проекта
	Учебным планом не предусмотрено

4. Вопросы для проведения промежуточной аттестации при тестировании (таблица 19)

Таблица 19 – Примерный перечень вопросов для тестов

№ п/п	Примерный перечень вопросов для тестов
	Учебным планом не предусмотрено

5. Контрольные и практические задачи / задания по дисциплине (таблица 20)

Таблица 20 – Примерный перечень контрольных и практических задач / заданий

№ п/п	Примерный перечень контрольных и практических задач / заданий
	Учебным планом не предусмотрено

10.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и / или опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций, содержатся в Положениях «О текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов ГУАП, обучающихся по программам высшего образования» и «О модульно-рейтинговой системе оценки качества учебной работы студентов в ГУАП».

## 11. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Целью дисциплины является – получение аспирантами необходимых знаний, умений и навыков в области применения методов вариационного исчисления к решению экстремальных задач

### **Методические указания для обучающихся по освоению лекционного материала**

Основное назначение лекционного материала – логически стройное, системное, глубокое и ясное изложение учебного материала. Назначение современной лекции в рамках дисциплины не в том, чтобы получить всю информацию по теме, а в освоении фундаментальных проблем дисциплины, методов научного познания, новейших достижений научной мысли. В учебном процессе лекция выполняет методологическую, организационную и информационную функции. Лекция раскрывает понятийный аппарат конкретной области знания, её проблемы, дает цельное представление о дисциплине, показывает взаимосвязь с другими дисциплинами.

#### Планируемые результаты при освоении обучающимся лекционного материала:

- получение современных, целостных, взаимосвязанных знаний, уровень которых определяется целевой установкой к каждой конкретной теме;
  - получение опыта творческой работы совместно с преподавателем;
  - развитие профессионально–деловых качеств, любви к предмету и самостоятельного творческого мышления.
  - появление необходимого интереса, необходимого для самостоятельной работы;
  - получение знаний о современном уровне развития науки и техники и о прогнозе их развития на ближайшие годы;
  - научиться методически обрабатывать материал (выделять главные мысли и положения, приходить к конкретным выводам, повторять их в различных формулировках);
  - получение точного понимания всех необходимых терминов и понятий.
- Лекционный материал может сопровождаться демонстрацией слайдов.

### **Методические указания для обучающихся по прохождению самостоятельной работы**

В ходе выполнения самостоятельной работы обучающийся выполняет работу по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

В процессе выполнения самостоятельной работы у обучающегося формируется целесообразное планирование рабочего времени, которое позволяет им развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, помогает получить навыки повышения профессионального уровня.

Методическими материалами, направляющими самостоятельную работу обучающихся являются:

- учебно-методический материал по дисциплине.

### **Методические указания для обучающихся по прохождению промежуточной аттестации**

Промежуточная аттестация обучающихся предусматривает оценивание промежуточных и окончательных результатов обучения по дисциплине. Она включает в себя:

- зачет – это форма оценки знаний, полученных обучающимся в ходе изучения учебной дисциплины в целом или промежуточная (по окончании семестра) оценка знаний

обучающимся по отдельным разделам дисциплины с аттестационной оценкой «зачтено» или «не зачтено».

Система оценок при проведении промежуточной аттестации осуществляется в соответствии с требованиями Положений «О текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов ГУАП, обучающихся по программам высшего образования» и «О модульно-рейтинговой системе оценки качества учебной работы студентов в ГУАП».

## Лист внесения изменений в рабочую программу дисциплины

Дата внесения изменений и дополнений. Подпись внесшего изменения	Содержание изменений и дополнений	Дата и № протокола заседания кафедры	Подпись зав. кафедрой