

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
"САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ"

Кафедра №1

«УТВЕРЖДАЮ»

Руководитель направления

д.ф.-м.н., доц.

(должность, уч. степень, звание)

 А.О. Смирнов

(подпись)

«11» мая 2021 г

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Применение вариационного исчисления в научных исследованиях»

(Название дисциплины)

Код направления	01.06.01
Наименование направления/ специальности	Математика и механика
Наименование направленности	Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление
Форма обучения	очная


Санкт-Петербург– 2021 г.

Лист согласования рабочей программы дисциплины

Программу составил(а)

д.ф.-м.н.,доц.

должность, уч. степень, звание


_____ 11.05.21
подпись, дата

А.О. Смирнов

инициалы, фамилия

Программа одобрена на заседании кафедры № 1

«11» мая 2021 г, протокол № 5/1

Заведующий кафедрой № 1

д.ф.-м.н.,доц.

должность, уч. степень, звание


_____ 11.05.21
подпись, дата

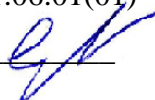
А.О. Смирнов

инициалы, фамилия

Ответственный за ОП 01.06.01(01)

д.ф.-м.н.,доц.

должность, уч. степень, звание



А.О. Смирнов

подпись, дата

инициалы, фамилия

Заместитель директора института (декана факультета) № ФПТИ по методической работе

проф.,д.т.н.,доц.

должность, уч. степень, звание



Е.А. Фролова

подпись, дата

инициалы, фамилия

Аннотация

Дисциплина «Применение вариационного исчисления в научных исследованиях» входит в вариативную часть образовательной программы подготовки обучающихся по направлению 01.06.01 «Математика и механика» направленность «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление». Дисциплина реализуется кафедрой №1.

Дисциплина нацелена на формирование у выпускника

общепрофессиональных компетенций:

ОПК-1 «способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий»;

профессиональных компетенций:

ПК-2 «способность к применению методов математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач»,

ПК-4 «способность к творческому применению, развитию и реализации математически сложных алгоритмов».

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с применением вариационных подходов к постановке и решению научных проблем в физических исследованиях.

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: *лекции, самостоятельная работа обучающегося, консультации.*

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости, промежуточная аттестация в форме зачета.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 2 зачетных единицы, 72 часа.

Язык обучения по дисциплине «русский».

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

1.1. Цели преподавания дисциплины

Целью преподавания дисциплины является освоение студентами методов вариационного исчисления для решения научно-исследовательских задач, формирование у обучающихся навыков владения математическим аппаратом для анализа широкого класса технических и технологических проблем.

1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОП

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

ОПК-1 «способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий»:

знать – методы сбора и анализа данных при проведении научных исследований;
 уметь – осуществлять постановку и формализацию задач в профессиональной области с использованием математического аппарата;
 владеть навыками – оценки целесообразности и эффективности применения выбранного математического метода решения задачи;

ПК-2 «способность к применению методов математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач»:

знать – методы сбора и анализа данных при проведении научных исследований;
 уметь – осуществлять постановку и формализацию задач в профессиональной области с использованием математического аппарата;
 владеть навыками – оценки целесообразности и эффективности применения выбранного математического метода решения задачи;

ПК-4 «способность к творческому применению, развитию и реализации математически сложных алгоритмов»:

знать – теоретические основы моделирования как научного метода;
 уметь – обосновывать стратегию научного поиска; творчески применять математическое моделирование в целях углубления знаний о естественных и технических объектах и процессах;
 владеть навыками – представления математических моделей, оценки границ их применимости;

2. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина не базируется на знаниях, ранее приобретенных обучающимися в аспирантуре.

Знания, полученные при изучении материала данной дисциплины, имеют как самостоятельное значение, так и используются в научно-исследовательской работе.

3. Объем дисциплины в ЗЕ/академ. час

Данные об общем объеме дисциплины, трудоемкости отдельных видов учебной работы по дисциплине (и распределение этой трудоемкости по семестрам) представлены в таблице 1

Таблица 1 – Объем и трудоемкость дисциплины

Вид учебной работы	Всего	Трудоемкость по семестрам
		№2
1	2	3
Общая трудоемкость дисциплины, ЗЕ/(час)	2/ 72	2/ 72
Из них часов практической подготовки		
Аудиторные занятия, всего час., В том числе	14	14
лекции (Л), (час)	14	14
Практические/семинарские занятия (ПЗ), (час)		
лабораторные работы (ЛР), (час)		
курсовой проект (работа) (КП, КР), (час)		
Экзамен, (час)		
Самостоятельная работа, всего	58	58
Вид промежуточного контроля: зачет, дифф. зачет, экзамен (Зачет, Дифф. зач, Экз.)	Зачет	Зачет

4. Содержание дисциплины

4.1. Распределение трудоемкости дисциплины по разделам и видам занятий

Разделы и темы дисциплины и их трудоемкость приведены в таблице 2.

Таблица 2. – Разделы, темы дисциплины и их трудоемкость

Разделы, темы дисциплины	Лекции (час)	ПЗ (СЗ) (час)	ЛР (час)	КП (час)	СРС (час)
Семестр 2					
Раздел 1. Метод вариаций в задачах с неподвижными концами	2				10
Раздел 2. Вариационные задачи с подвижными границами	2				12
Раздел 3. Вариационные задачи на экстремум	2				12
Раздел 4. Прямые методы в вариационных задачах	2				12
Раздел 5. Приложения вариационных	6				12

методов					
Итого в семестре:	14				58
Итого:	14	0	0	0	58

Практическая подготовка заключается в непосредственном выполнении обучающимися определенных трудовых функций, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

4.2. Содержание разделов и тем лекционных занятий

Содержание разделов и тем лекционных занятий приведено в таблице 3.

Таблица 3 - Содержание разделов и тем лекционных занятий

Номер раздела	Название и содержание разделов и тем лекционных занятий
1	Тема 1.1. Задачи, приводящие к вариационным проблемам. Простейшая задача вариационного исчисления. Вариация и ее свойства. Уравнение Эйлера (1 час)
1	Тема 1.2. Функционалы, зависящие от нескольких функций. Функционалы, зависящие от функций многих переменных. Канонический вид уравнения Эйлера (1 час)
2	Тема 2.1. Простейшая задача с подвижными границами. Задача с подвижными границами для функционалов, зависящих от двух функций(1 час)
2	Тема 2.2. Экстремали с угловыми точками(1 час)
3	Тема 3.1. Основные типы задач на условный экстремум. Необходимые условия в задаче Лагранжа и изопериметрической задаче. Задача Больцано и задача Майера(1 час)
3	Тема 3.2. Достаточные условия экстремума. Слабый экстремум. Условие Якоби. Инвариантный интеграл Гильберта. Сильный экстремум (1 час)
4	Тема 4.1. Формулировка вариационных задач. Метод минимизирующих последовательностей (1 час)
4	Тема 4.2. Методы приближенного решения. Приближенное решение задачи на собственные значения. Двойственные вариационные задачи (1 час)
5	Тема 5.1. Принцип Гамильтона. Колебания струны. Колебания мембраны. Уравнения движения идеальной жидкости (2 часа)
5	Тема 5.2. Аэродинамическая задача Ньютона. Вопросы устойчивости конструкций. Вариационные принципы Лагранжа, Рейсснера и Кастильяно (2 часа)
5	Тема 5.3. Вариационные принципы термоупругости. Двусторонние оценки в теплопроводности (2 часа)

4.3. Практические (семинарские) занятия

Темы практических занятий и их трудоемкость приведены в таблице 4.

Таблица 4 – Практические занятия и их трудоемкость

№ п/п	Темы практических занятий	Формы практических занятий	Трудоемкость, (час)	Из них практической подготовки, (час)	№ раздела дисциплины

Учебным планом не предусмотрено					
Всего:					

4.4. Лабораторные занятия

Темы лабораторных занятий и их трудоемкость приведены в таблице 5.

Таблица 5 – Лабораторные занятия и их трудоемкость

№ п/п	Наименование лабораторных работ	Трудоемкость, (час)	Из них практической подготовки, (час)	№ раздела дисциплины
Учебным планом не предусмотрено				
Всего:				

4.5. Курсовое проектирование (работа)

Учебным планом не предусмотрено

4.6. Самостоятельная работа обучающихся

Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость приведены в таблице 6.

Таблица 6 Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость

Вид самостоятельной работы	Всего, час	Семестр 2, час
1	2	3
Изучение теоретического материала дисциплины (ТО)	48	48
Курсовое проектирование (КП, КР)		
Расчетно-графические задания (РГЗ)		
Выполнение реферата (Р)		
Подготовка к текущему контролю успеваемости (ТКУ)	10	10
Домашнее задание (ДЗ)		
Контрольные работы заочников (КРЗ)		
Подготовка к промежуточной аттестации (ПА)		
Всего:	58	58

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся указаны в п.п. 6-11.

6. Перечень основной и дополнительной литературы

6.1. Основная литература

Перечень основной литературы приведен в таблице 7.

Таблица 7 – Перечень основной литературы

Шифр	Библиографическая ссылка / URL адрес	Количество экземпляров в библиотеке (кроме электронных экземпляров)
ЭБС Лань	Абдрахманов, В.Г. Элементы вариационного исчисления и оптимального управления. Теория, задачи, индивидуальные задания. [Электронный ресурс] : Учебные пособия / В.Г. Абдрахманов, А.В. Рабчук. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2014. — 112 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/book/45675 — Загл. с экрана.	ЭБС Лань

6.2. Дополнительная литература

Перечень дополнительной литературы приведен в таблице 8.

Таблица 8 – Перечень дополнительной литературы

Шифр	Библиографическая ссылка/ URL адрес	Количество экземпляров в библиотеке (кроме электронных экземпляров)
ЭБС Лань	Гюнтер, Н.М. Курс вариационного исчисления. [Электронный ресурс] : Учебные пособия — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2016. — 320 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/book/119 — Загл. с экрана.	ЭБС Лань
ЭБС Лань	Калинкин, А.В. Вариационное исчисление. [Электронный ресурс] : Учебно-методические пособия / А.В. Калинкин, А.В. Мاستихин, Л.П. Паршев. — Электрон. дан. — М. : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015. — 53 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/book/52058 — Загл. с экрана.	ЭБС Лань

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины приведен в таблице 9.

Таблица 9 – Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

URL адрес	Наименование
http://www.math-net.ru	Общероссийский математический портал

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

8.1. Перечень программного обеспечения

Перечень используемого программного обеспечения представлен в таблице 10.

Таблица 10 – Перечень программного обеспечения

№ п/п	Наименование
	Не предусмотрено

8.2. Перечень информационно-справочных систем

Перечень используемых информационно-справочных систем представлен в таблице 11.

Таблица 11 – Перечень информационно-справочных систем

№ п/п	Наименование
	Не предусмотрено

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Состав материально-технической базы представлен в таблице 12.

Таблица 12 – Состав материально-технической базы

№ п/п	Наименование составной части материально-технической базы	Номер аудитории (при необходимости)
1	Лекционная аудитория	

10. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

10.1. Состав фонда оценочных средств приведен в таблице 13

Таблица 13 - Состав фонда оценочных средств для промежуточной аттестации

Вид промежуточной аттестации	Примерный перечень оценочных средств
Зачет	Список вопросов

10.2. Перечень компетенций, относящихся к дисциплине, и этапы их формирования в процессе освоения образовательной программы приведены в таблице 14.

Таблица 14 – Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Номер семестра	Этапы формирования компетенций по
----------------	-----------------------------------

	дисциплинам/практикам в процессе освоения ОП
ОПК-1 «способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий»	
1	Научные исследования
1	Организация диссертационных исследований
2	Библиографический и патентный поиск
2	Инструменты управления инновационной деятельностью
2	Математические методы оптимизации в научном исследовании
2	Научные исследования
2	Научные исследования
2	Применение вариационного исчисления в научных исследованиях
3	Научные исследования
4	Научные исследования
4	Научные исследования
5	Научные исследования
6	Научные исследования
6	Научные исследования
7	Вероятностно-статистические методы в научных исследованиях
7	Научные исследования
7	Практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности (научно-исследовательская)
8	Научные исследования
ПК-2 «способность к применению методов математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач»	
1	Научные исследования
1	Организация диссертационных исследований
2	Математические методы оптимизации в научном исследовании
2	Научные исследования
2	Научные исследования
2	Применение вариационного исчисления в научных исследованиях
3	Научные исследования
4	Научные исследования
4	Научные исследования
7	Научные исследования
7	Нелинейные математические модели
7	Практика по получению профессиональных

	умений и опыта профессиональной деятельности (научно-исследовательская)
8	Научные исследования
ПК-4 «способность к творческому применению, развитию и реализации математически сложных алгоритмов»	
2	Математические методы оптимизации в научном исследовании
2	Применение вариационного исчисления в научных исследованиях
5	Научные исследования
6	Научные исследования
6	Научные исследования
7	Научные исследования
7	Нелинейные математические модели
7	Практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности (научно-исследовательская)
8	Научные исследования

10.3. В качестве критериев оценки уровня сформированности (освоения) у обучающихся компетенций применяется шкала модульно–рейтинговой системы университета. В таблице 15 представлена 100–балльная и 4–балльная шкалы для оценки сформированности компетенций.

Таблица 15 –Критерии оценки уровня сформированности компетенций

Оценка компетенции		Характеристика сформированных компетенций
100-балльная шкала	4-балльная шкала	
$85 \leq K \leq 100$	«отлично» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> - обучающийся глубоко и всесторонне усвоил программный материал; - уверенно, логично, последовательно и грамотно его излагает; - опираясь на знания основной и дополнительной литературы, тесно привязывает усвоенные научные положения с практической деятельностью направления; - умело обосновывает и аргументирует выдвигаемые им идеи; - делает выводы и обобщения; - свободно владеет системой специализированных понятий.
$70 \leq K \leq 84$	«хорошо» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> - обучающийся твердо усвоил программный материал, грамотно и по существу излагает его, опираясь на знания основной литературы; - не допускает существенных неточностей; - увязывает усвоенные знания с практической деятельностью направления; - аргументирует научные положения; - делает выводы и обобщения; - владеет системой специализированных понятий.
$55 \leq K \leq 69$	«удовлетворительно» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> - обучающийся усвоил только основной программный материал, по существу излагает его, опираясь на знания только основной литературы; - допускает несущественные ошибки и неточности; - испытывает затруднения в практическом применении знаний направления;

		<ul style="list-style-type: none"> - слабо аргументирует научные положения; - затрудняется в формулировании выводов и обобщений; - частично владеет системой специализированных понятий.
$K \leq 54$	«неудовлетворительно» «не зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> - обучающийся не усвоил значительной части программного материала; - допускает существенные ошибки и неточности при рассмотрении проблем в конкретном направлении; - испытывает трудности в практическом применении знаний; - не может аргументировать научные положения; - не формулирует выводов и обобщений.

10.4. Типовые контрольные задания или иные материалы:

1. Вопросы (задачи) для экзамена (таблица 16)

Таблица 16 – Вопросы (задачи) для экзамена

№ п/п	Перечень вопросов (задач) для экзамена
	Учебным планом не предусмотрено

2. Вопросы (задачи) для зачета / дифференцированного зачета (таблица 17)

Таблица 17 – Вопросы (задачи) для зачета / дифф. зачета

№ п/п	Перечень вопросов (задач) для зачета / дифференцированного зачета
1	Задачи, приводящие к вариационным проблемам.
2	Простейшая задача вариационного исчисления. Вариация и ее свойства.
3	Уравнение Эйлера.
4	Функционалы, зависящие от нескольких функций.
5	Функционалы, зависящие от функций многих переменных.
6	Канонический вид уравнения Эйлера.
7	Простейшая задача с подвижными границами.
8	Задача с подвижными границами для функционалов, зависящих от двух функций.
9	Экстремали с угловыми точками.
10	Основные типы задач на условный экстремум.
11	Необходимые условия в задаче Лагранжа.
12	Необходимые условия в изопериметрической задаче.
13	Задача Больцано.
14	Задача Майера.
15	Слабый и сильный экстремум.
16	Условие Якоби.
17	Инвариантный интеграл Гильберта.
18	Метод минимизирующих последовательностей.
19	Приближенное решение задачи на собственные значения.
20	Двойственные вариационные задачи.
21	Принцип Гамильтона.
22	Колебания струны. Колебания мембраны.
23	Уравнения движения идеальной жидкости.
24	Аэродинамическая задача Ньютона.
25	Вопросы устойчивости конструкций.
26	Вариационные принципы Лагранжа, Рейсснера и Кастильяно.
27	Вариационные принципы термоупругости.
28	Двусторонние оценки в теплопроводности.

3. Темы и задание для выполнения курсовой работы / выполнения курсового проекта (таблица 18)

Таблица 18 – Примерный перечень тем для выполнения курсовой работы / выполнения курсового проекта

№ п/п	Примерный перечень тем для выполнения курсовой работы / выполнения курсового проекта
	Учебным планом не предусмотрено

4. Вопросы для проведения промежуточной аттестации при тестировании (таблица 19)

Таблица 19 – Примерный перечень вопросов для тестов

№ п/п	Примерный перечень вопросов для тестов
	Не предусмотрено

5. Контрольные и практические задачи / задания по дисциплине (таблица 20)

Таблица 20 – Примерный перечень контрольных и практических задач / заданий

№ п/п	Примерный перечень контрольных и практических задач / заданий
1	Найти первую вариацию функционала, определенного на нормированном пространстве непрерывно дифференцируемых функций.
2	Найти все экстремали функционала, удовлетворяющие заданным краевым условиям.
3	Найти экстремали в вариационных задачах с правыми подвижными концами.
4	Используя методы вариационного исчисления, найти расстояние от начала координат до плоской кривой.
5	Используя методы вариационного исчисления, найти кратчайшее расстояние между двумя кривыми на плоскости.
6	Определить гладкие функции, на которых может достигаться экстремум заданного функционала.

10.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и / или опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций, содержатся в Положениях «О текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов ГУАП, обучающихся по программам высшего образования» и «О модульно-рейтинговой системе оценки качества учебной работы студентов в ГУАП».

11. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Целью преподавания дисциплины является освоение студентами методов вариационного исчисления для решения научно-исследовательских задач, формирование у обучающихся навыков владения математическим аппаратом для анализа широкого класса технических и технологических проблем.

Методические указания для обучающихся по освоению лекционного материала (если предусмотрено учебным планом по данной дисциплине)

Основное назначение лекционного материала – логически стройное, системное, глубокое и ясное изложение учебного материала. Назначение современной лекции в рамках дисциплины не в том, чтобы получить всю информацию по теме, а в освоении фундаментальных проблем дисциплины, методов научного познания, новейших достижений научной мысли. В учебном процессе лекция выполняет методологическую, организационную и информационную функции. Лекция раскрывает понятийный аппарат конкретной области знания, её проблемы, дает цельное представление о дисциплине, показывает взаимосвязь с другими дисциплинами.

Планируемые результаты при освоении обучающимся лекционного материала:

- получение современных, целостных, взаимосвязанных знаний, уровень которых определяется целевой установкой к каждой конкретной теме;
- получение опыта творческой работы совместно с преподавателем;
- развитие профессионально–деловых качеств, любви к предмету и самостоятельного творческого мышления.
- появление необходимого интереса, необходимого для самостоятельной работы;
- получение знаний о современном уровне развития науки и техники и о прогнозе их развития на ближайшие годы;
- научиться методически обрабатывать материал (выделять главные мысли и положения, приходить к конкретным выводам, повторять их в различных формулировках);
- получение точного понимания всех необходимых терминов и понятий.

Лекционный материал может сопровождаться демонстрацией слайдов и использованием раздаточного материала при проведении коротких дискуссий об особенностях применения отдельных тематик по дисциплине.

Методические указания для обучающихся по прохождению самостоятельной работы

В ходе выполнения самостоятельной работы, обучающийся выполняет работу по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Для обучающихся по заочной форме обучения, самостоятельная работа может включать в себя контрольную работу.

В процессе выполнения самостоятельной работы, у обучающегося формируется целесообразное планирование рабочего времени, которое позволяет им развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, помогает получить навыки повышения профессионального уровня.

Методическими материалами, направляющими самостоятельную работу обучающихся являются:

- учебно-методический материал по дисциплине;
- методические указания по выполнению контрольных работ (для обучающихся по заочной форме обучения).

Методические указания для обучающихся по прохождению промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация обучающихся предусматривает оценивание промежуточных и окончательных результатов обучения по дисциплине. Она включает в себя:

– зачет – это форма оценки знаний, полученных обучающимся в ходе изучения учебной дисциплины в целом или промежуточная (по окончании семестра) оценка знаний обучающимся по отдельным разделам дисциплины с аттестационной оценкой «зачтено» или «не зачтено».

Система оценок при проведении промежуточной аттестации осуществляется в соответствии с требованиями Положений «О текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов ГУАП, обучающихся по программам высшего образования» и «О модульно-рейтинговой системе оценки качества учебной работы студентов в ГУАП».

Лист внесения изменений в рабочую программу дисциплины

Дата внесения изменений и дополнений. Подпись внесшего изменения	Содержание изменений и дополнений	Дата и № протокола заседания кафедры	Подпись зав. кафедрой