

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования  
"САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ"

Кафедра № 41

УТВЕРЖДАЮ

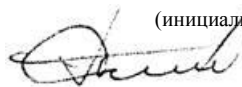
Руководитель направления

проф., д. пед. н., доц.

(должность, уч. степень, звание)

А.Г. Степанов

(инициалы, фамилия)



(подпись)

«14» июня 2023г

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Дискретная математика»

(Наименование дисциплины)

Код направления подготовки/ специальности	09.03.03
Наименование направления подготовки/ специальности	Прикладная информатика
Наименование направленности	Прикладная информатика в информационной сфере
Форма обучения	очная

Санкт-Петербург– 2023

Лист согласования рабочей программы дисциплины

Программу составил (а)

Проф., д. ф.-м. н., проф.  
(должность, уч. степень, звание)

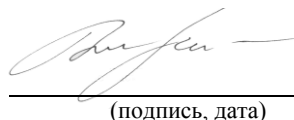
  
(подпись, дата)

С.Д. Шапоров  
(инициалы, фамилия)

Программа одобрена на заседании кафедры № 41  
«14» июня 2023 г, протокол № 11-2022/23

Заведующий кафедрой № 41

д.т.н., проф.  
(уч. степень, звание)

  
(подпись, дата)

Г.А. Коржавин  
(инициалы, фамилия)

Ответственный за ОП ВО 09.03.03(01)

доц., к.т.н.  
(должность, уч. степень, звание)

  
(подпись, дата)

Е.Л. Турнецкая  
(инициалы, фамилия)

Заместитель директора института №4 по методической работе

доц., к.т.н., доц.  
(должность, уч. степень, звание)

  
(подпись, дата)

А.А. Ключарев  
(инициалы, фамилия)

## Аннотация

Дисциплина «Дискретная математика» входит в образовательную программу высшего образования – программу бакалавриата по направлению подготовки/ специальности 09.03.03 «Прикладная информатика» направленности «Прикладная информатика в информационной сфере». Дисциплина реализуется кафедрой «№41».

Дисциплина нацелена на формирование у выпускника следующих компетенций:

УК-1 «Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач»

УК-2 «Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений»

ОПК-1 «Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности»

Содержание дисциплины включает круг вопросов из трёх разделов математики: теории множеств, комбинаторики и теории графов. В первом разделе рассматриваются простейшие свойства множеств и бинарных отношений, а также отношения эквивалентности и порядка. Обсуждается употребляемая в современной математике система аксиом теории множеств.

Во втором разделе изучаются существующие четыре схемы выбора подмножеств, а также подходы к решению комбинаторных задач в рамках алгебраического метода, методов рекуррентных соотношений, производящих функций, включений и исключений.

В разделе теория графов даются необходимые сведения о типах графов, их свойствах и рассматриваются некоторые оптимизационные алгоритмы построения графов с заданными свойствами, в том числе алгоритмы решения экономических задач на сетевых графах.

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, практические занятия, самостоятельная работа студента, консультации.

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости, промежуточная аттестация в форме зачета.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 часов.

Язык обучения по дисциплине «русский»

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

### 1.1. Цели преподавания дисциплины

Цель преподавания дисциплины - дать студентам необходимые базовые знания и систематизированное представление о теории множеств, комбинаторике и теории графов и их интерпретациях, а также привить им навыки решения оптимизационных задач методами дискретной математики. Содержание дисциплины является логическим продолжением содержания дисциплин: курса математики и информатики; вопросы, изучаемые в курсе дискретной математики, базируются на общематематических курсах, изучаемых студентами на предыдущих семестрах, в частности, в курсах математического анализа и вычислительной математики.

Поэтому необходимо иметь представление: о месте дискретной математики в структуре современной математики, связи дискретной математики с другими разделами математики и прикладными дисциплинами по специальности.

Знать: основные законы теории множеств, основные соотношения комбинаторики и методы оптимизации теории графов.

Уметь: формализовывать практические оптимизационные задачи и решать их методами дискретной математики.

1.2. Дисциплина входит в состав обязательной части образовательной программы высшего образования (далее – ОП ВО).

1.3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОП ВО.

В результате изучения дисциплины обучающийся должен обладать следующими компетенциями или их частями. Компетенции и индикаторы их достижения приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Перечень компетенций и индикаторов их достижения

Категория (группа) компетенции	Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
Универсальные компетенции	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.3.2 знать методики системного подхода для решения поставленных задач УК-1.В.2 владеть навыками системного подхода для решения поставленных задач
Универсальные компетенции	УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.У.3 уметь выдвигать альтернативные варианты действий с целью выбора оптимальных способов решения задач, в том числе с помощью цифровых средств
Общепрофессиональные компетенции	ОПК-1 Способен применять естественнонаучные	ОПК-1.3.1 знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования

	и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.У.1 уметь решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования
--	---	--

## 2. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина базируется на знаниях, ранее приобретенных студентами при изучении следующих дисциплин:

- Математика. Математический анализ
- Математика. Аналитическая геометрия и линейная алгебра
- Информатика

На материале данной дисциплины базируется теоретический материал следующих дисциплин:

- Теория систем и системный анализ;
- Введение в анализ данных;
- Моделирование
- Информационная безопасность,

а также других дисциплин общепрофессионального и специального циклов, а также специализаций, реализуемых в ГУАП.

## 3. Объем и трудоемкость дисциплины

Данные об общем объеме дисциплины, трудоемкости отдельных видов учебной работы по дисциплине (и распределение этой трудоемкости по семестрам) представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Объем и трудоемкость дисциплины

Вид учебной работы	Всего	Трудоемкость по семестрам
		№3
1	2	3
<b>Общая трудоемкость дисциплины, ЗЕ/ (час)</b>	3/ 108	3/ 108
<b>Из них часов практической подготовки</b>		
<b>Аудиторные занятия, всего час.</b>	51	51
в том числе:		
лекции (Л), (час)	34	34
практические/семинарские занятия (ПЗ), (час)	17	17
лабораторные работы (ЛР), (час)		
курсовой проект (работа) (КП, КР), (час)		
экзамен, (час)		
<b>Самостоятельная работа, всего (час)</b>	57	57
<b>Вид промежуточной аттестации:</b> зачет, дифф. зачет, экзамен (Зачет, Дифф. зач, Экз.**)	Зачет	Зачет

Примечание: \*\* кандидатский экзамен

#### 4. Содержание дисциплины

4.1. Распределение трудоемкости дисциплины по разделам и видам занятий.

Разделы, темы дисциплины и их трудоемкость приведены в таблице 3.

Таблица 3 – Разделы, темы дисциплины, их трудоемкость

Разделы, темы дисциплины	Лекции (час)	ПЗ (СЗ) (час)	ЛР (час)	КП (час)	СРС (час)
Семестр 3					
Раздел 1.	6	3			8
Раздел 2.	7	3			12
Раздел 3.	8	4			15
Раздел 4.	7	4			12
Раздел 5.	6	3			10
Итого в семестре:	34	17			57
Итого	34	17	0	0	57

Практическая подготовка заключается в непосредственном выполнении обучающимися определенных трудовых функций, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

4.2. Содержание разделов и тем лекционных занятий.

Содержание разделов и тем лекционных занятий приведено в таблице 4.

Таблица 4 – Содержание разделов и тем лекционного цикла

Номер раздела	Название и содержание разделов и тем лекционных занятий
<b>1</b>	<p><b>Множества и операции над ними</b></p> <p>1.1 Множество. Равенство множеств. Подмножество. Пустое множество, универсум. Диаграммы Эйлера-Венна. Булеан. Способы задания множеств. Основные операции над множествами. Алгебра множеств, её основные формулы. Конституенты.</p> <p>1.2. Декартовы произведения множеств. Бинарные отношения. Отображения множеств. Образы, прообразы, обратные отображения, виды отображений. Функции, их свойства. Бинарные отношения специального вида. Отношения порядка.</p> <p>1.3. Эквивалентность и мощность множеств. Кардинальные числа, шкала кардинальных чисел. Конечные, бесконечные, счётные, бессчётные, континуальные множества, их свойства. Арифметика кардинальных чисел.</p>
<b>2</b>	<p><b>Комбинаторика.</b></p> <p>2.1 Основные формулы комбинаторики. Выборки. Правила суммы и произведения. Перестановки, размещения, сочетания с повторениями и без повторений. Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов.</p> <p>2.2 Принцип включений и исключений. Формула включений и исключений. Применение принципа включений и исключений к решению некоторых комбинаторных задач.</p> <p>2.3 Производящие функции, экспоненциальные производящие функции, действия над ними. Производящие функции некоторых комбинаторных последовательностей. Метод рекуррентных</p>

	соотношений. Решение линейных рекуррентных уравнений с постоянными коэффициентами. Числа Фибоначчи.
<b>3</b>	<b>Основы теории графов.</b> 3.1 Основные понятия теории графов Граф (орграф), его элементы. Виды графов (орграфов). Отношения между элементами графа (орграфа). Способы задания. Степень вершины. Изоморфизм. Связность. 3.2 Маршруты, пути, циклы Маршруты в графах, их виды. Цепь, цикл. Пути в орграфах, их виды. Контур. Теоремы о маршрутах и циклах. Определение экстремальных путей на графах. Выявление маршрутов с заданным количеством ребер. Метод Шимбелла. Алгоритмы Дейкстры и Беллмана - Мура построения кратчайшего пути. Задача о нахождении максимального пути на ациклических графах. Контур. Теоремы о маршрутах и циклах. Обходы графов. Фундаментальные циклы. 3.3 Деревья. Дерево (ордерево). Корневые, бинарные деревья. Теоремы о деревьях. Остовный граф. Задача об остове минимального веса. Алгоритм Прима расчета кратчайшего остова.
<b>4</b>	<b>Планарные и хроматические графы.</b> Планарные графы. Укладка графа на плоскости, один из алгоритмов укладки графов. Хроматические графы. Раскраски графов. Теорема о пяти красках, история её доказательства.
<b>5</b>	<b>Элементы сетевого планирования.</b> 5.1. Сети, потоки в сетях Определения двухполюсной направленной сети, потока. Задача о максимальном потоке. Разрез. Теорема Форда-Фалкерсона. 5.2 Основные параметры сетевых графов. Критические пути, работы, резервы. Резервы для событий и работ сетевого графа. Линейные графики. 5.3. Планирование потребления ресурса. Составление расписаний при ограничениях на ресурсы.

#### 4.3. Практические (семинарские) занятия

Темы практических занятий и их трудоемкость приведены в таблице 5.

Таблица 5 – Практические занятия и их трудоемкость

№ п/п	Темы практических занятий	Формы практических занятий	Трудоемкость, (час)	Из них практической подготовки, (час)	№ раздела дисциплины
<b>Семестр 3</b>					
1	1.1.Способы задания множеств. Диаграммы Эйлера-Венна. Булеан. Основные операции над множествами. Алгебра множеств, её основные формулы. Решение задач на доказательство тождеств. 1.2.Декартовы произведения множеств. Бинарные	решение ситуационных задач	3		1

	<p>отношения. Доказательство свойств декартова произведения, бинарных отношений функций. Отношения порядка.</p> <p>1.3. Задачи на рефлексивность (иррефлексивность), симметричность, антисимметричность, транзитивность бинарных отношений, эквивалентности. Действия над кардинальными числами.</p>				
2	<p>2.1 Выборки. Правила суммы и произведения. Перестановки, размещения, сочетания с повторениями и без повторений. Решение простых перечислительных задач.</p> <p>2.2. Производящие функции, экспоненциальные производящие функции, действия над ними. Производящие функции некоторых комбинаторных последовательностей. Метод рекуррентных соотношений. Решение линейных рекуррентных уравнений с постоянными коэффициентами.</p> <p>2.3. Формула включений и исключений. Применение принципа включений и исключений к решению некоторых комбинаторных задач.</p>	решение ситуационных задач	3		2
3	<p>3.1. Упорядочение дуг и вершин орграфа. Решение экстремальных задач теории графов. Выдача первой части индивидуального домашнего задания.</p>	решение ситуационных задач	4		3



	<p>3.2. Определение экстремальных путей на графах. Выявление маршрутов с заданным количеством ребер. Метод Шимбелла. Алгоритмы Дейкстры и Беллмана - Мура построения Зкратчайшего пути. Задача о нахождении максимального пути на ациклических графах.</p> <p>3.3. Обходы графов. Фундаментальные циклы (продолжение). Решение экстремальных задач теории графов (экстремальные остовы).</p>				
4	4.1. Алгоритм укладки графа на плоскости. Раскраски графов.	решение ситуационных задач	4		4
5	<p>5.1. Алгоритм Форда-Фалкерсона. Построение потока минимальной стоимости.</p> <p>5.2. Критические пути, работы, резервы. Резервы для событий и работ сетевого графа. Линейные графики. Планирование потребления ресурса.</p> <p>5.3. Планирование потребления ресурса. Составление расписаний при ограничениях на ресурсы.</p>	решение ситуационных задач	3		5
Всего			17		

#### 4.4. Лабораторные занятия

Темы лабораторных занятий и их трудоемкость приведены в таблице 6.

Таблица 6 – Лабораторные занятия и их трудоемкость

№ п/п	Наименование лабораторных работ	Трудоемкость, (час)	Из них практической подготовки, (час)	№ раздела дисциплины
Учебным планом не предусмотрено				
Всего				

#### 4.5. Курсовое проектирование/ выполнение курсовой работы

Учебным планом не предусмотрено

#### 4.6. Самостоятельная работа обучающихся

Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость приведены в таблице 7.

Таблица 7 – Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость

Вид самостоятельной работы	Всего, час	Семестр 3, час
1	2	3
Изучение теоретического материала дисциплины (ТО)	15	15
Курсовое проектирование (КП, КР)		
Расчетно-графические задания (РГЗ)		
Выполнение реферата (Р)		
Подготовка к текущему контролю успеваемости (ТКУ)	15	15
Домашнее задание (ДЗ)		
Контрольные работы заочников (КРЗ)		
Подготовка к промежуточной аттестации (ПА)	27	27
Всего:	57	57

### 5. Перечень учебно-методического обеспечения

#### для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся указаны в п.п. 7-10.

### 6. Перечень печатных и электронных учебных изданий

Перечень печатных и электронных учебных изданий приведен в таблице 8.

Таблица 8– Перечень печатных и электронных учебных изданий

Шифр/ URL адрес	Библиографическая ссылка	Количество экземпляров в библиотеке (кроме электронных экземпляров)
[519.6(075) Н 13 519.6/.8]	А.А. Набебин Дискретная математика. – М: Научный мир, 2010. – 509 с.	5
[519.7(075) Д 48 519.6/.8]	Дискретная математика. Основные понятия теории чисел: методические указания/ С.-Петербург. гос. ун-т аэрокосм. приборостроения; сост. С. В. Федоренко. - СПб.: ГОУ ВПО "СПбГУАП", 2011. - 16 с.	77
[519.7(075) Д 48 519.6/.8]	Дискретная математика. Дополнительные главы теории чисел: методические указания/ С.-Петербург. гос. ун-т аэрокосм. приборостроения; сост. С. В.	83

	Федоренко. - СПб.: ГОУ ВПО "СПбГУАП", 2011.	
<a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=536">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=536</a>	Асанов М.О., Баранский В.А., Расин В.В. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы [Электронный ресурс] - СПб.: Издательство «Лань», 2010. – 368 с.	
<a href="http://znanium.com/bookread.php?book=119456">http://znanium.com/bookread.php?book=119456</a>	Канцедал С. А. Дискретная математика [Электронный ресурс]: учебное пособие / С.А. Канцедал. - М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2007. - 224 с.	
	Избранные разделы математической логики : учебное пособие / С. Д. Шапоров ; С.-Петерб. гос. ун-т аэрокосм. приборостроения. - СПб. : Изд-во ГУАП, 2018. - 288 с.	19

### 7. Перечень электронных образовательных ресурсов

информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины приведен в таблице 9.

Таблица 9 – Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

№ п/п	Наименование
	Не предусмотрено

### 8. Перечень информационных технологий

8.1. Перечень программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.

Перечень используемого программного обеспечения представлен в таблице 10.

Таблица 10– Перечень программного обеспечения

№ п/п	Наименование
	Не предусмотрено

8.2. Перечень информационно-справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень используемых информационно-справочных систем представлен в таблице 11.

Таблица 11– Перечень информационно-справочных систем

№ п/п	Наименование
	Не предусмотрено

### 9. Материально-техническая база

Состав материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине, представлен в таблице 12.

Таблица 12 – Состав материально-технической базы

№ п/п	Наименование составной части материально-технической базы	Номер аудитории (при необходимости)
1	Лекционная аудитория	52.19; 52.17; 52.15

### 10. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

10.1. Состав оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине приведен в таблице 13.

Таблица 13 – Состав оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Вид промежуточной аттестации	Перечень оценочных средств
Зачет	Список вопросов; Тесты; Задачи.

10.2. В качестве критериев оценки уровня сформированности (освоения) компетенций обучающимися применяется 5-балльная шкала оценки сформированности компетенций, которая приведена в таблице 14. В течение семестра может использоваться 100-балльная шкала модульно-рейтинговой системы Университета, правила использования которой, установлены соответствующим локальным нормативным актом ГУАП.

Таблица 14 – Критерии оценки уровня сформированности компетенций

Оценка компетенции 5-балльная шкала	Характеристика сформированных компетенций
«отлично» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> <li>– обучающийся глубоко и всесторонне усвоил программный материал;</li> <li>– уверенно, логично, последовательно и грамотно его излагает;</li> <li>– опираясь на знания основной и дополнительной литературы, тесно привязывает усвоенные научные положения с практической деятельностью направления;</li> <li>– умело обосновывает и аргументирует выдвигаемые им идеи;</li> <li>– делает выводы и обобщения;</li> <li>– свободно владеет системой специализированных понятий.</li> </ul>
«хорошо» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> <li>– обучающийся твердо усвоил программный материал, грамотно и по существу излагает его, опираясь на знания основной литературы;</li> <li>– не допускает существенных неточностей;</li> <li>– увязывает усвоенные знания с практической деятельностью направления;</li> <li>– аргументирует научные положения;</li> <li>– делает выводы и обобщения;</li> <li>– владеет системой специализированных понятий.</li> </ul>
«удовлетворительно» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> <li>– обучающийся усвоил только основной программный материал, по существу излагает его, опираясь на знания только основной литературы;</li> <li>– допускает несущественные ошибки и неточности;</li> <li>– испытывает затруднения в практическом применении знаний направления;</li> <li>– слабо аргументирует научные положения;</li> <li>– затрудняется в формулировании выводов и обобщений;</li> <li>– частично владеет системой специализированных понятий.</li> </ul>

Оценка компетенции	Характеристика сформированных компетенций
5-балльная шкала	
«неудовлетворительно» «не зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> <li>– обучающийся не усвоил значительной части программного материала;</li> <li>– допускает существенные ошибки и неточности при рассмотрении проблем в конкретном направлении;</li> <li>– испытывает трудности в практическом применении знаний;</li> <li>– не может аргументировать научные положения;</li> <li>– не формулирует выводов и обобщений.</li> </ul>

10.3. Типовые контрольные задания или иные материалы.

Вопросы (задачи) для экзамена представлены в таблице 15.

Таблица 15 – Вопросы (задачи) для экзамена

№ п/п	Перечень вопросов (задач) для экзамена	Код индикатора
	Учебным планом не предусмотрено	

Вопросы (задачи) для зачета / дифф. зачета представлены в таблице 16.

Таблица 16 – Вопросы (задачи) для зачета / дифф. зачета

№ п/п	Перечень вопросов (задач) для зачета / дифф. зачета	Код индикатора
1.	Множества и действия над ними. Свойства множеств. Законы алгебры множеств.	ОПК-1.3.1
2.	Отношения и функции. Композиция бинарных отношений. Инъективные, сюръективные и биективные функции.	ОПК-1.3.1
3.	Отношения эквивалентности. Рефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность. Вид матриц, выражающих эти свойства.	ОПК-1.3.1
4.	Отношения порядка. Частичный порядок элементов множеств. Диаграммы Хассе.	ОПК-1.3.1
5.	Эквивалентные, конечные и бесконечные множества.	ОПК-1.3.1
6.	Отбор подмножеств. Число перестановок с повторениями и без повторений. Число сочетаний с повторениями и без повторений.	ОПК-1.3.1
7.	Бином Ньютона и свойства биномиальных коэффициентов.	ОПК-1.3.1
8.	Полиномиальная теорема.	ОПК-1.3.1
9.	Производящая функция. Операции в классе производящих функций. Производящие функции последовательностей: $\{C_n^0, C_n^1, \dots, C_n^n\}$ , $\{1, a, a^2, \dots, a^k, \dots\}$ , $\{1, 1, \dots, 1, \dots\}$ , $\{1, C_n^1, C_{n+1}^2, \dots, C_{n+k-1}^k, \dots\}$	ОПК-1.3.1
10.	Производящая функция последовательности чисел Фибоначчи.	ОПК-1.3.1
11.	Метод рекуррентных соотношений. Вывод формулы $\widehat{C}_n^r = C_{n+r-1}^r$ .	ОПК-1.3.1
12.	Метод включений и исключений. Подсчет числа элементов объединения $n$ множеств.	ОПК-1.3.1 УК-1.В.2
13.	Формула включений и исключений для множества элементов с $k$ совместимыми свойствами.	ОПК-1.3.1 УК-1.В.2
14.	Учет весов в формуле включений и исключений.	ОПК-1.3.1 УК-1.3.2
15.	Задача о числе беспорядков. Функция Эйлера.	ОПК-1.3.1
16.	Графы, виды графов, способы их задания. Маршруты, цепи, циклы.	ОПК-1.3.1
17.	Матрицы связности, достижимости и контрдостижимости графа.	ОПК-1.3.1
18.	Метрические характеристики графа.	ОПК-1.3.1

19.	Упорядочивание дуг и вершин орграфа.	ОПК-1.3.1
20.	Выявление маршрутов с заданным количеством ребер. Метод Шимбелла.	УК-1.В.2 ОПК-1.3.1
21.	Алгоритм Дейкстры.	ОПК-1.У.1
22.	Алгоритм Беллмана – Мура.	ОПК-1.У.1
23.	Алгоритм нахождения максимального пути.	УК-2.У.3
24.	Деревья. Построение минимального остова.	УК-2.У.3
25.	Эйлеровы графы. Признак эйлеровости графа. Алгоритм Флери.	ОПК-1.У.1
26.	Гамильтоновы графы. Теорема Оре.	ОПК-1.У.1
27.	Фундаментальные циклы, матрица фундаментальных циклов.	ОПК-1.У.1
28.	Независимые множества графа. Доминирование. Оценки числа вершинной независимости и числа доминирования.	ОПК-1.У.1
29.	Клики графа. Алгоритм выделения клик в графе. Матрица клик.	ОПК-1.У.1
30.	Планарность графов. Свойство гомеоморфизма. Теорема Понтрягина-Куратовского. Число планарности.	ОПК-1.У.1
31.	Алгоритм укладки графа на плоскость.	ОПК-1.3.1
32.	Хроматические графы. Гипотеза четырех красок. Оценки хроматического числа. Алгоритм последовательной раскраски графа.	УК-2.У.3
33.	Потоки в сетях. Теорема Форда – Фалкерсона.	ОПК-1.У.1
34.	Элементы сетевого планирования. Критические пути и сроки. Ранние и поздние сроки свершения событий и работ. Резервы времени.	ОПК-1.У.1 ОПК-1.3.1
35.	Линейные графики.	ОПК-1.У.1

Перечень тем для курсового проектирования/выполнения курсовой работы представлены в таблице 17.

Таблица 17 – Перечень тем для курсового проектирования/выполнения курсовой работы

№ п/п	Примерный перечень тем для курсового проектирования/выполнения курсовой работы
	Учебным планом не предусмотрено

Вопросы для проведения промежуточной аттестации в виде тестирования представлены в таблице 18.

Таблица 18 – Примерный перечень вопросов для тестов

№ п/п	Примерный перечень вопросов для тестов	Код индикатора
1	Упорядочивание дуг и вершин орграфа.	ОПК-1.3.1
2	Деревья. Построение минимального остова.	УК-1.3.3 УК-2.У.3
3	Потоки в сетях. Теорема Форда – Фалкерсона.	ОПК-1.У.1
4	Элементы сетевого планирования. Критические пути и сроки.	ОПК-1.В.1

Перечень тем контрольных работ по дисциплине обучающихся заочной формы обучения, представлены в таблице 19.

Таблица 19 – Перечень контрольных работ

№ п/п	Перечень контрольных работ
	Учебным планом не предусмотрено

10.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания индикаторов, характеризующих этапы формирования компетенций, содержатся в локальных нормативных актах ГУАП, регламентирующих порядок и процедуру проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся ГУАП.

## **11. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

### **11.1. Методические указания для обучающихся по освоению лекционного материала**

Основное назначение лекционного материала – логически стройное, системное, глубокое и ясное изложение учебного материала. Назначение современной лекции в рамках дисциплины не в том, чтобы получить всю информацию по теме, а в освоении фундаментальных проблем дисциплины, методов научного познания, новейших достижений научной мысли. В учебном процессе лекция выполняет методологическую, организационную и информационную функции. Лекция раскрывает понятийный аппарат конкретной области знания, её проблемы, дает цельное представление о дисциплине, показывает взаимосвязь с другими дисциплинами.

Планируемые результаты при освоении обучающимися лекционного материала:

- получение современных, целостных, взаимосвязанных знаний, уровень которых определяется целевой установкой к каждой конкретной теме;
- получение опыта творческой работы совместно с преподавателем;
- развитие профессионально-деловых качеств, любви к предмету и самостоятельного творческого мышления.
- появление необходимого интереса, необходимого для самостоятельной работы;
- получение знаний о современном уровне развития науки и техники и о прогнозе их развития на ближайшие годы;
- научиться методически обрабатывать материал (выделять главные мысли и положения, приходить к конкретным выводам, повторять их в различных формулировках);
- получение точного понимания всех необходимых терминов и понятий.

Лекционный материал может сопровождаться демонстрацией слайдов и использованием раздаточного материала при проведении коротких дискуссий об особенностях применения отдельных тематик по дисциплине.

Структура предоставления лекционного материала:

#### **Лекция 1. Информационная лекция.**

Множество. Равенство множеств. Подмножество. Пустое множество, универсум. Диаграммы Эйлера-Венна. Булеан. Способы задания множеств. Основные операции над множествами. Алгебра множеств, её основные формулы, законы алгебры множеств. Понятие булевой алгебры. Алгебра множеств как модель булевой алгебры. Конституенты.

#### **Лекция 2. Информационная лекция.**

Декартовы произведения множеств. Бинарные отношения. Отображения множеств. Образы, прообразы, обратные отображения, виды отображений. Функции, их свойства. Бинарные отношения специального вида. Отношения порядка.

#### **Лекция 3. Проблемная лекция.**

Эквивалентность и мощность множеств. Кардинальные числа, шкала кардинальных чисел. Конечные, бесконечные, счётные, бессчётные, континуальные множества, их свойства. Арифметика кардинальных чисел. Обсуждение понятия математической бесконечности на примере шкалы алефов и мировоззренческая роль этого понятия.

#### **Лекция 4. Информационная лекция.**

Выборки. Правила суммы и произведения. Перестановки, размещения, сочетания с повторениями и без повторений. Бином Ньютона, полиномиальная теорема. Свойства биномиальных коэффициентов.

**Лекция 5. Информационная лекция.**

Метод рекуррентных соотношений, и его использование для вывода формул, связывающих биномиальные коэффициенты. Производящие функции, экспоненциальные производящие функции, действия над ними. Производящие функции некоторых комбинаторных последовательностей (с ограниченным и неограниченным числом повторений). Однородные и неоднородные линейные рекуррентные соотношения.

**Лекция 6. Информационная лекция.**

Формула включений и исключений. Вывод и обсуждение соответствующих формул. Применение принципа включений и исключений к решению некоторых комбинаторных задач.

**Лекция 7. Проблемная лекция.**

Учёт весов в формуле включений и исключений. Функции Эйлера и Мёбиуса. Разбор и решение задач практического содержания с использованием весов в формуле включений и исключений. Функция Эйлера и порождаемый ею класс комбинаторных задач.

**Лекция 8. Информационная лекция.**

Граф (орграф), его элементы. Виды графов (орграфов). Отношения между элементами графа (орграфа). Способы задания. Степень вершины. Изоморфизм. Связность. Маршруты в графах. Теоремы о маршрутах и циклах. Определение маршрутов, состоящих из фиксированного количества ребер. Упорядочение дуг и вершин орграфа, алгоритм Фалкersona.

**Лекция 9. Информационная лекция.**

Теоремы о маршрутах и циклах (продолжение). Алгоритмы Дейкстры и Беллмана-Мура, алгоритм вычисления максимального по весу пути. Маршруты и пути (продолжение). Дерево (ордерево). Корневые, бинарные деревья. Теоремы о деревьях. Обходы графов. Эйлеровы и гамильтоновы циклы. Алгоритм Флери.

**Лекция 10. Проблемная лекция.**

Фундаментальные циклы. Матрица фундаментальных циклов. Решение экстремальных задач теории графов (экстремальные остовы). Алгоритм ближайшего соседа построения остова дерева.

**Лекция 11. Информационная лекция.**

Планарные и хроматические графы. Число планарности и хроматическое число и их оценки. Алгоритм укладки графа на плоскости. Раскраски графов.

**Лекция 12. Проблемная лекция.**

Теорема о четырех красках и история её доказательства. Рассмотрение и доказательство теоремы о пяти красках.

**Лекция 13. Информационная лекция.**

Определения двухполюсной направленной сети, потока. Задача о максимальном потоке. Разрез. Теорема Форда-Фалкersona.

Критические пути, работы, резервы. Резервы для событий и работ сетевого графа. Расчёт резервов по графику, ответы на вопросы задач расчётно-графической работы.

**Лекции 14-15. Проблемная лекция.**

Линейные графики. Планирование потребления ресурса по шагам. Обсуждение и вычисление числовых характеристик заданной сети (проекта).

11.2. Методические указания для обучающихся по участию в семинарах (не предусмотрено учебным планом по данной дисциплине)



### 11.3. Методические указания для обучающихся по прохождению практических занятий (если предусмотрено учебным планом по данной дисциплине)

Практическое занятие является одной из основных форм организации учебного процесса, заключающаяся в выполнении обучающимися под руководством преподавателя комплекса учебных заданий с целью усвоения научно-теоретических основ учебной дисциплины, приобретения умений и навыков, опыта творческой деятельности.

Целью практического занятия для обучающегося является привитие обучающимся умений и навыков практической деятельности по изучаемой дисциплине.

Планируемые результаты при освоении обучающимся практических занятий:

- закрепление, углубление, расширение и детализация знаний при решении конкретных задач;
- развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;
- овладение новыми методами и методиками изучения конкретной учебной дисциплины;
- выработка способности логического осмысления полученных знаний для выполнения заданий;
- обеспечение рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм обучения.

#### Требования к проведению практических занятий

Практические занятия проводятся в аудитории в форме дискуссий, решения задач, ответов на теоретические вопросы, затронутых в предыдущих лекциях и т.п. Примерный план этих занятий по дисциплине Дискретная математика может быть таким:

#### **Практические занятия № 1-2.**

Алгебра множеств, её основные формулы. Решение задач на доказательство тождеств и графическое представление множеств и действий с ними. Декартовы произведения множеств. Бинарные отношения. Доказательство свойств декартова произведения, бинарных отношений функций. Отношения порядка. Элементарные функции и их свойства рефлексивности (иррефлексивности), симметричности, антисимметричности, транзитивности и эквивалентности.

#### **Практическое занятие № 3.**

Конечные, бесконечные, счётные, бесчётные, континуальные множества, их свойства. Действия над кардинальными числами. Решения простейших задач на конечные, счетные и несчётные множества, их мощности и соотношения.

#### **Практические занятия № 4-5.**

Выборки. Правила суммы и произведения. Перестановки, размещения, сочетания с повторениями и без повторений. Решение простых перечислительных задач. Декартовы произведения множеств. Бинарные отношения. Доказательство свойств декартова произведения, бинарных отношений функций. Отношения порядка. Элементарные функции и их свойства рефлексивности (иррефлексивности), симметричности, антисимметричности, транзитивности и эквивалентности.

#### **Практические занятия № 6-7.**

Производящие функции, экспоненциальные производящие функции, действия над ними. Производящие функции некоторых комбинаторных последовательностей. Метод рекуррентных соотношений. Решение линейных рекуррентных уравнений с постоянными коэффициентами. Формула включений и исключений. Применение принципа включений и исключений к решению некоторых комбинаторных задач. Формула включений и исключений. Разбор и решение задач практического содержания с использованием весов в формуле включений и исключений. Функция Эйлера и порождаемый ею класс комбинаторных задач.

### **Практические занятия №8-9.**

Решение задач на способы задания графов по матрицам смежности вершин, смежности рёбер и инциденций. Нахождение маршрутов, состоящих из фиксированного количества ребер. Упорядочение дуг и вершин орграфа, алгоритм Фалкерсона. Алгоритм Дейкстры.

### **Практические занятия № 10-11.**

Задачи на вычисление максимального пути, алгоритм Беллмана-Мура, построение минимального остова графа. Эйлеровы и гамильтоновы циклы. Алгоритм Флери. Алгоритм Прима построения остова дерева. Вычисление клик ордерава, построение матрицы клик. Вычисление числовых характеристик деревьев.

### **Практическое занятие № 12-14.**

Алгоритм укладки графа на плоскости. Практический алгоритм раскраски графов. Решение примеров по индивидуальным вариантам. Решение задач на планарные графы. Раскраски графов. Решение примеров по индивидуальным вариантам.

### **Практическое занятие № 15-17.**

Числовые характеристики планарности и цветности, один из алгоритмов укладки графов. Хроматические графы. Раскраски графов. Укладка графа на плоскости. Расчёт числовых характеристик планарности и цветности. Разбор задач расчётно-графической работы. Ответы на вопросы по РГР.

11.4. Методические указания для обучающихся по выполнению лабораторных работ *(не предусмотрено учебным планом по данной дисциплине)*

11.5. Методические указания для обучающихся по прохождению курсового проектирования/выполнения курсовой работы *(не предусмотрено учебным планом по данной дисциплине)*

11.6. Методические указания для обучающихся по прохождению самостоятельной работы

В ходе выполнения самостоятельной работы, обучающийся выполняет работу по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Для обучающихся по заочной форме обучения, самостоятельная работа может включать в себя контрольную работу.

В процессе выполнения самостоятельной работы, у обучающегося формируется целесообразное планирование рабочего времени, которое позволяет им развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, помогает получить навыки повышения профессионального уровня.

Методическими материалами, направляющими самостоятельную работу обучающихся, являются:

- учебно-методический материал по дисциплине.

11.7 Методические указания для обучающихся по прохождению текущего контроля успеваемости.

Текущий контроль успеваемости предусматривает контроль качества знаний обучающихся, осуществляемого в течение семестра с целью оценивания хода освоения дисциплины.

Оценивание уровня учебных достижений студента осуществляется посредством текущего, рубежного и промежуточного контроля в соответствии с Положением о порядке проведения промежуточной аттестации студентов ГУАП; Положением о текущем контроле успеваемости студентов ГУАП.

Отчет по практической работе представляется в рукописном или печатном виде. Защита отчета проходит в форме доклада студента по выполненной работе и ответов на вопросы преподавателя.

В случае если оформление отчета и поведение студента во время защиты соответствуют указанным требованиям, студент получает максимальное количество баллов.

Основаниями для снижения количества баллов в диапазоне от **max** до **min** являются:

- небрежное выполнение,
- низкое качество графического материала (неверный выбор масштаба чертежей, отсутствие указания единиц измерения на графиках).

Отчет не может быть принят и подлежит доработке в случае:

- отсутствия необходимых разделов,
- некорректной обработки результатов измерений,
- неверные ответы на вопросы преподавателя, раскрывающие суть лабораторной работы.

11.8 Методические указания для обучающихся по прохождению промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация обучающихся предусматривает оценивание промежуточных и окончательных результатов обучения по дисциплине. Она включает в себя:

– зачет – это форма оценки знаний, полученных обучающимся в ходе изучения учебной дисциплины в целом или промежуточная (по окончании семестра) оценка знаний обучающимся по отдельным разделам дисциплины с аттестационной оценкой «зачтено» или «не зачтено».

Промежуточный контроль успеваемости проводится в соответствии со стандартом организации ГУАП системы менеджмента качества «Положение о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов и аспирантов ГУАП, обучающихся по образовательным программам высшего образования» на основании приказа ГУАП и «О модульно-рейтинговой системе оценки качества учебной работы студентов в ГУАП».

Лист внесения изменений в рабочую программу дисциплины

Дата внесения изменений и дополнений. Подпись внесшего изменения	Содержание изменений и дополнений	Дата и № протокола заседания кафедры	Подпись зав. кафедрой