

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования  
"САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ"

Кафедра № 1

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель направления

д.ф.-м.н., доц.

(должность, уч. степень, звание)

А.О. Смирнов

(инициалы, фамилия)

(подпись)

«21» июня 2023 г

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Функциональный анализ»  
(Наименование дисциплины)

Код специальности	1.1.2.
Наименование научной специальности	Дифференциальные уравнения и математическая физика
Наименование направленности (профиля) (при наличии)	
Год начала реализации программы	2023

Санкт-Петербург– 2023

Лист согласования рабочей программы дисциплины

Программу составил (а)

д.ф.-м.н.,доц.

(должность, уч. степень, звание)



21.06.23

(подпись, дата)

А.О. Смирнов

(инициалы, фамилия)

Программа одобрена на заседании кафедры № 1

«21» мая 2022 г, протокол № 6/2

Заведующий кафедрой № 1

д.ф.-м.н.,доц.

(уч. степень, звание)



21.06.23

(подпись, дата)

А.О. Смирнов

(инициалы, фамилия)

Ответственный за программу 1.1.2.

д.ф.-м.н.,доц.

(должность, уч. Степень, звание)



21.06.23

(подпись, дата)

А.О. Смирнов

(инициалы, фамилия)

Заместитель директора института ФПТИ по методической работе

доц.,к.ф.-м.н.,доц.

(должность, уч. степень, звание)



21.06.23

(подпись, дата)

Ю.А. Новикова

(инициалы, фамилия)

## Аннотация

Дисциплина «Функциональный анализ» входит в состав программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре по научной специальности 1.1.2. «Дифференциальные уравнения и математическая физика». Дисциплина реализуется кафедрой «№1».

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с функциональным анализом и его приложениями

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: *лекции, самостоятельная работа обучающегося, консультации.*

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости, промежуточная аттестация в форме зачета.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 1 зачетную единицу, 36 часов.

Язык обучения по дисциплине «русский»

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

### 1.1. Цели преподавания дисциплины

Целью преподавания факультативной дисциплины «Функциональный анализ» является дополнительная математическая подготовка аспирантов для выполнения научно-исследовательских работ в областях:

- разработки и анализа физико-математических моделей исследуемых процессов, явлений и объектов, относящихся к профессиональной сфере;
- выработки оптимальных методов и путей решения задач, относящихся к профессиональной сфере.

1.2. Дисциплина входит в состав программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре.

1.3. В результате изучения дисциплины аспирант должен:

#### **знать:**

- базовые понятия функционального анализа (банаховы пространства, норма и т.д.)
- методы приближенных решений функциональных уравнений
- терминологию и основные понятия функционального анализа

#### **уметь:**

- разбираться в специальной литературе, посвященной продвинутым методам функционального анализа
- выбирать наиболее быстрые методы решения, в зависимости от поставленных задач
- аргументировать свои выводы

#### **владеть:**

- применения операторных методов при решении линейных и нелинейных задач
- по моделированию функциональных систем уравнений;
- по применению сходимости функций.

## 2. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина базируется на знаниях, ранее приобретенных обучающимися при изучении следующих дисциплин:

- Математический анализ
- Аналитическая геометрия и линейная алгебра

Знания, полученные при изучении материала данной дисциплины, имеют как самостоятельное значение, так и используются при проведении научно-исследовательской работы.

## 3. Объем и трудоемкость дисциплины

Данные об общем объеме дисциплины, трудоемкости отдельных видов учебной работы по дисциплине (и распределение этой трудоемкости по семестрам) представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Объем и трудоемкость дисциплины

Вид учебной работы	Всего	Трудоемкость по семестрам
		№1
1	2	3
<i>Общая трудоемкость дисциплины, ЗЕ/ (час)</i>	1/ 36	1/ 36
<i>Из них часов практической подготовки, (час)</i>		
<i>Аудиторные занятия, всего час.</i>	7	7
<i>в том числе:</i>		

лекции (Л), (час)	7	7
практические/семинарские занятия (ПЗ), (час)		
экзамен, (час)		
<i>Самостоятельная работа</i> , всего (час)	29	29
<i>Вид промежуточной аттестации</i> : зачет, дифф. зачет, экзамен (Зачет, Дифф. зач, Экз.**)	Зачет	Зачет

Примечание: \*\* кандидатский экзамен

#### 4. Содержание дисциплины

4.1. Распределение трудоемкости дисциплины по разделам и видам занятий.

Разделы, темы дисциплины и их трудоемкость приведены в таблице 3.

Таблица 3 – Разделы, темы дисциплины, их трудоемкость

Разделы, темы дисциплины	Лекции (час)	ПЗ (СЗ) (час)	СРС (час)
Семестр 1			
Раздел 1. Нормированные линейные гильбертовы пространства	2		7
Раздел 2. Линейные функционалы и линейные операторы	2		8
Раздел 3. Пространства функций	3		14
Итого в семестре:	7		29
Итого	7	0	29

Практическая подготовка заключается в непосредственном выполнении обучающимися определенных трудовых функций, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

4.2. Содержание разделов и тем лекционных занятий.

Содержание разделов и тем лекционных занятий приведено в таблице 4.

Таблица 4 – Содержание разделов и тем лекционного цикла

Номер раздела	Название и содержание разделов и тем лекционных занятий
<b>1</b>	<b>Нормированные линейные гильбертовы пространства</b> Принцип сжимающих отображений и его применение к интегральным уравнениям. Компактность. Теорема Арцела. Линейные функционалы, теорема Хана-Банаха. Процесс ортогонализации в евклидовых и нормированных пространствах. Теорема Рисса-Фишера. Гильбертовы пространства и их изоморфизм. Примеры банаховых алгебр.
<b>2</b>	<b>Линейные функционалы и линейные операторы</b> Ортогональные системы функций. Непрерывные линейные функционалы. Сопряженное пространство и слабая сходимость. Линейные и компактные операторы. Самосопряженные операторы, спектр оператора, резольвента. Собственные значения компактного оператора. Измеримые функции и понятие интеграла Лебега и Стильтьеса.
<b>3</b>	<b>Пространства функций</b>

	Пространство $L_1$ . Сходимость в среднем и квадратичном. Сходимость функциональных последовательностей. Ортогональный базис и ортогональные многочлены. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье. Формула обращения. Применение преобразования Фурье к решению уравнения теплопроводности. преобразование Лапласа. Применение преобразования Лапласа к решению дифференциальных уравнений. Применение преобразования Фурье-Стилтьеса в теории вероятности. Линейные интегральные уравнения. Примеры задач. Интегральный оператор и метод Фредгольма. Элементы дифференциального исчисления в линейных пространствах.
--	---

#### 4.3. Практические (семинарские) занятия

Темы практических занятий и их трудоемкость приведены в таблице 5.

Таблица 5 – Практические занятия и их трудоемкость

№ п/п	Темы практических занятий	Формы практических занятий	Трудоемкость, (час)	Из них практической подготовки, (час)	№ раздела дисциплины
Учебным планом не предусмотрено					
Всего					

#### 4.4. Самостоятельная работа обучающихся

Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость приведены в таблице 6.

Таблица 6 – Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость

Вид самостоятельной работы	Всего, час	Семестр 1, час
1	2	3
Изучение теоретического материала дисциплины (ТО)	19	19
Курсовое проектирование (КП, КР)		
Расчетно-графические задания (РГЗ)		
Выполнение реферата (Р)		
Подготовка к текущему контролю успеваемости (ТКУ)		
Домашнее задание (ДЗ)	10	10
Контрольные работы заочников (КРЗ)		
Подготовка к промежуточной аттестации (ПА)		
Всего:	29	29

#### 5. Перечень учебно-методического обеспечения

для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся указаны в п.п. 6-11.

#### 6. Перечень печатных и электронных учебных изданий

Перечень печатных и электронных учебных изданий приведен в таблице 7.

Таблица 7– Перечень печатных и электронных учебных изданий

Шифр/ URL адрес	Библиографическая ссылка	Количество экземпляров в библиотеке (кроме электронных экземпляров)
ЭБС Лань	Люстерник, Л.А. Краткий курс функционального анализа [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Л.А. Люстерник, В.И. Соболев. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 272 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/245">https://e.lanbook.com/book/245</a> . — Загл. с экрана.	ЭБС
ЭБС Лань	Филимоненкова, Н.В. Сборник задач по функциональному анализу [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 240 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/65041">https://e.lanbook.com/book/65041</a> . — Загл. с экрана.	ЭБС

### 7. Перечень электронных образовательных ресурсов

#### информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины приведен в таблице 8.

Таблица 8 – Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

URL адрес	Наименование
	Не предусмотрено

### 8. Перечень информационных технологий

8.1. Перечень программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.

Перечень используемого программного обеспечения представлен в таблице 9.

Таблица 9 – Перечень программного обеспечения

№ п/п	Наименование
	Не предусмотрено

8.2. Перечень информационно-справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень используемых информационно-справочных систем представлен в таблице 10.

Таблица 10– Перечень информационно-справочных систем

№ п/п	Наименование
	Не предусмотрено

### 9. Материально-техническая база

Состав материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине, представлен в таблице 11.

Таблица 11 – Состав материально-технической базы

№ п/п	Наименование составной части материально-технической базы	Номер аудитории (при необходимости)

1	Лекционная аудитория	
---	----------------------	--

### 10. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

10.1. Состав оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине приведен в таблице 12.

Таблица 12 – Состав оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Вид промежуточной аттестации	Перечень оценочных средств
Зачет	Список вопросов;

10.2. В качестве критериев оценки уровня освоения запланированных результатов обучения по дисциплине обучающимися применяется 5-балльная шкала оценивания, которая приведена в таблице 13. В течение семестра может использоваться 100-балльная шкала модульно-рейтинговой системы Университета, правила использования которой, установлены соответствующим локальным нормативным актом ГУАП.

Таблица 13 – Критерии оценки уровня освоения запланированных результатов обучения по дисциплине

Оценка компетенции 5-балльная шкала	Характеристика уровня освоения запланированных результатов обучения по дисциплины
«отлично» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> <li>– обучающийся глубоко и всесторонне усвоил программный материал;</li> <li>– уверенно, логично, последовательно и грамотно его излагает;</li> <li>– опираясь на знания основной и дополнительной литературы, тесно привязывает усвоенные научные положения с практической деятельностью направления;</li> <li>– умело обосновывает и аргументирует выдвигаемые им идеи;</li> <li>– делает выводы и обобщения;</li> <li>– свободно владеет системой специализированных понятий.</li> </ul>
«хорошо» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> <li>– обучающийся твердо усвоил программный материал, грамотно и по существу излагает его, опираясь на знания основной литературы;</li> <li>– не допускает существенных неточностей;</li> <li>– увязывает усвоенные знания с практической деятельностью направления;</li> <li>– аргументирует научные положения;</li> <li>– делает выводы и обобщения;</li> <li>– владеет системой специализированных понятий.</li> </ul>
«удовлетворительно» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> <li>– обучающийся усвоил только основной программный материал, по существу излагает его, опираясь на знания только основной литературы;</li> <li>– допускает несущественные ошибки и неточности;</li> <li>– испытывает затруднения в практическом применении знаний направления;</li> <li>– слабо аргументирует научные положения;</li> <li>– затрудняется в формулировании выводов и обобщений;</li> <li>– частично владеет системой специализированных понятий.</li> </ul>
«неудовлетворительно» «не зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> <li>– обучающийся не усвоил значительной части программного материала;</li> <li>– допускает существенные ошибки и неточности при рассмотрении проблем в конкретном направлении;</li> <li>– испытывает трудности в практическом применении знаний;</li> <li>– не может аргументировать научные положения;</li> <li>– не формулирует выводов и обобщений.</li> </ul>

### 10.3. Типовые контрольные задания или иные материалы.

Вопросы (задачи) для экзамена представлены в таблице 14.



Таблица 14 – Вопросы (задачи) для экзамена

№ п/п	Перечень вопросов (задач) для экзамена
	Учебным планом не предусмотрено

Вопросы (задачи) для зачета / дифф. зачета представлены в таблице 15.

Таблица 15 – Вопросы (задачи) для зачета / дифф. зачета

№ п/п	Перечень вопросов для зачета
	Метрики и метрические пространства
1	Примеры и свойства полных метрических пространств
2	Неподвижные точки отображений
3	Векторные пространства
4	Нормы и нормированные пространства
5	Банаховы пространства
6	Гильбертовы пространства
7	Существование и единственность решения интегральных уравнений
8	Пространство линейных функционалов. Теорема Рисса.
9	Собственные значения и компактные операторы
10	Сходимость в среднем и квадратичном
11	Неравенство Коши-Буняковского. Ортогональность.
12	Линейные операторы в Гильбертовом пространстве
13	Пространства Лебега
14	Пространства Соболева
15	Интеграл Фурье и его применение.
16	Преобразование Фурье и его применение.
17	Теорема Хана-Банаха о расширении функционала
18	Применение интеграла Фурье
19	Преобразование Лапласа
20	Применение преобразования Лапласа к решению дифференциальных уравнений.
21	Применение преобразования Фурье-Стилтьеса в теории вероятности.
22	Линейные интегральные уравнения. Метод Фредгольма.

Вопросы для проведения промежуточной аттестации в виде тестирования представлены в таблице 16.

Таблица 16 – Примерный перечень вопросов для тестов

№ п/п	Примерный перечень вопросов для тестов
	Не предусмотрено

10.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания уровня освоения запланированных результатов обучения по дисциплине, содержатся в локальных нормативных актах ГУАП, регламентирующих порядок и процедуру проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся ГУАП.

#### 11. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

11.1. Методические указания для обучающихся по освоению лекционного материала (если предусмотрено учебным планом по данной дисциплине).

Основное назначение лекционного материала – логически стройное, системное, глубокое и ясное изложение учебного материала. Назначение современной лекции в рамках дисциплины не в том, чтобы получить всю информацию по теме, а в освоении

фундаментальных проблем дисциплины, методов научного познания, новейших достижений научной мысли. В учебном процессе лекция выполняет методологическую, организационную и информационную функции. Лекция раскрывает понятийный аппарат конкретной области знания, её проблемы, дает цельное представление о дисциплине, показывает взаимосвязь с другими дисциплинами.

Планируемые результаты при освоении обучающимися лекционного материала:

- получение современных, целостных, взаимосвязанных знаний, уровень которых определяется целевой установкой к каждой конкретной теме;
- получение опыта творческой работы совместно с преподавателем;
- развитие профессионально-деловых качеств, любви к предмету и самостоятельного творческого мышления.
- появление необходимого интереса, необходимого для самостоятельной работы;
- получение знаний о современном уровне развития науки и техники и о прогнозе их развития на ближайшие годы;
- научиться методически обрабатывать материал (выделять главные мысли и положения, приходить к конкретным выводам, повторять их в различных формулировках);
- получение точного понимания всех необходимых терминов и понятий.

Лекционный материал может сопровождаться демонстрацией слайдов и использованием раздаточного материала при проведении коротких дискуссий об особенностях применения отдельных тематик по дисциплине.

#### 11.2. Методические указания для обучающихся по прохождению самостоятельной работы

В ходе выполнения самостоятельной работы, обучающийся выполняет работу по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Для обучающихся по заочной форме обучения, самостоятельная работа может включать в себя контрольную работу.

В процессе выполнения самостоятельной работы, у обучающегося формируется целесообразное планирование рабочего времени, которое позволяет им развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, помогает получить навыки повышения профессионального уровня.

Методическими материалами, направляющими самостоятельную работу обучающихся являются:

- учебно-методический материал по дисциплине;
- методические указания по выполнению контрольных работ (для обучающихся по заочной форме обучения).

#### 11.3. Методические указания для обучающихся по прохождению текущего контроля успеваемости.

Текущий контроль успеваемости предусматривает контроль качества знаний обучающихся, осуществляемого в течение семестра с целью оценивания хода освоения дисциплины.

Возможные методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

- устный опрос на занятиях;
- систематическая проверка выполнения индивидуальных заданий;
- защита отчётов по лабораторным работам;
- проведение контрольных работ;
- тестирование;

- контроль самостоятельных работ (в письменной или устной формах);
- контроль выполнения индивидуального задания на практику;
- контроль курсового проектирования и выполнения курсовых работ;
- иные виды, определяемые преподавателем.

11.4. Методические указания для обучающихся по прохождению промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация обучающихся предусматривает оценивание промежуточных и окончательных результатов обучения по дисциплине. Она включает в себя:

- зачет – это форма оценки знаний, полученных обучающимся в ходе изучения учебной дисциплины в целом или промежуточная (по окончании семестра) оценка знаний обучающимся по отдельным разделам дисциплины с аттестационной оценкой «зачтено» или «не зачтено».

Лист внесения изменений в рабочую программу дисциплины

Дата внесения изменений и дополнений. Подпись внесшего изменения	Содержание изменений и дополнений	Дата и № протокола заседания кафедры	Подпись зав. кафедрой