

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования  
"САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ"

Кафедра № 1

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель направления

д.ф.-м.н., доц.

(должность, уч. степень, звание)

А.О. Смирнов

(инициалы, фамилия)

(подпись)

«21» июня 2023 г

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Нелинейные математические модели»  
(Наименование дисциплины)

Код специальности	1.1.2.
Наименование научной специальности	Дифференциальные уравнения и математическая физика
Наименование направленности (профиля) (при наличии)	
Год начала реализации программы	2023

Санкт-Петербург– 2023

Лист согласования рабочей программы дисциплины

Программу составил (а)

д.ф.-м.н.,доц.

(должность, уч. степень, звание)

 21.06.23  
(подпись, дата)

А.О. Смирнов

(инициалы, фамилия)

Программа одобрена на заседании кафедры № 1

«21» июня 2022 г, протокол № 6/2

Заведующий кафедрой № 1

д.ф.-м.н.,доц.

(уч. степень, звание)

 21.06.23  
(подпись, дата)

А.О. Смирнов

(инициалы, фамилия)

Ответственный за программу 1.1.2.

д.ф.-м.н.,доц.

(должность, уч. Степень, звание)

 21.06.23  
(подпись, дата)


А.О. Смирнов

(инициалы, фамилия)

Заместитель директора института ФПТИ по методической работе

доц.,к.ф.-м.н.,доц.

(должность, уч. степень, звание)

 21.06.23  
(подпись, дата)

Ю.А. Новикова

(инициалы, фамилия)

## Аннотация

Дисциплина «Нелинейные математические модели» входит в состав программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре по научной специальности 1.1.2. «Дифференциальные уравнения и математическая физика». Дисциплина реализуется кафедрой «№1».

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с методами решения и анализа решений нелинейных дифференциальных и разностных уравнений

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа обучающегося, консультации.*

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости, промежуточная аттестация в форме экзамена.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 4 зачетных единицы, 144 часа.

Язык обучения по дисциплине «русский»

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

### 1.1. Цели преподавания дисциплины

Цель преподавания дисциплины заключается в получении аспирантом навыков анализа поведения решений нелинейных дифференциальных, разностных и дифференциально-разностных уравнений.

1.2. Дисциплина входит в состав программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре.

1.3. В результате изучения дисциплины аспирант должен:

#### **знать:**

- наиболее известные интегрируемые нелинейные модели
- методы построения интегрируемых нелинейных уравнений
- методы анализа нелинейных моделей

#### **уметь:**

- выводить простейшие нелинейные модели
- находить точные решения интегрируемых нелинейных уравнений
- определять наличие хаотического режима в нелинейной модели

#### **владеть:**

- анализа слабо нелинейных моделей
- анализа неинтегрируемых нелинейных уравнений
- анализа современных публикаций

## 2. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина базируется на знаниях, ранее приобретенных обучающимися при изучении следующих дисциплин:

- Математический анализ
- Дифференциальные уравнения

Знания, полученные при изучении материала данной дисциплины, имеют как самостоятельное значение, так и используются при проведении научных исследований.

## 3. Объем и трудоемкость дисциплины

Данные об общем объеме дисциплины, трудоемкости отдельных видов учебной работы по дисциплине (и распределение этой трудоемкости по семестрам) представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Объем и трудоемкость дисциплины

Вид учебной работы	Всего	Трудоемкость по семестрам
		№7
1	2	3
Общая трудоемкость дисциплины, ЗЕ/ (час)	4/ 144	4/ 144
Из них часов практической подготовки, (час)		
Аудиторные занятия, всего час.	30	30
в том числе:		
лекции (Л), (час)	20	20
практические/семинарские занятия (ПЗ), (час)	10	10
экзамен, (час)	36	36

Самостоятельная работа, всего (час)	78	78
Вид промежуточной аттестации: зачет, дифф. зачет, экзамен (Зачет, Дифф. зач, Экз.**)	Экз.**	Экз.**

#### 4. Содержание дисциплины

4.1. Распределение трудоемкости дисциплины по разделам и видам занятий.

Разделы, темы дисциплины и их трудоемкость приведены в таблице 3.

Таблица 3 – Разделы, темы дисциплины, их трудоемкость

Разделы, темы дисциплины	Лекции (час)	ПЗ (СЗ) (час)	СРС (час)
Семестр 7			
Раздел 1. Слабо нелинейные модели	4	2	26
Раздел 2. Интегрируемые нелинейные модели	10	6	26
Раздел 3. Неинтегрируемые нелинейные модели	6	2	26
Итого в семестре:	20	10	78
Итого	20	10	78

Практическая подготовка заключается в непосредственном выполнении обучающимися определенных трудовых функций, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

4.2. Содержание разделов и тем лекционных занятий.

Содержание разделов и тем лекционных занятий приведено в таблице 4.

Таблица 4 – Содержание разделов и тем лекционного цикла

Номер раздела	Название и содержание разделов и тем лекционных занятий
1	1.1 Нелинейные явления в природе и лаборатории. 1.2 Вывод уравнений методом малого параметра. 1.3 Слабо нелинейные волны. Расплывание, расщепление и неустойчивости.
2	2.1 Универсальные волновые уравнения. Уравнения Кортевега-де Фриза и Кадомцева-Петвиашвили. Нелинейное уравнение Шредингера. Уравнение sine-Gordon. 2.2 Пара Лакса и иерархии интегрируемых нелинейных уравнений. Иерархия уравнения Кортевега-де Фриза. Иерархия нелинейного уравнения Шредингера. 2.3 Метод преобразования Дарбу построения точных решений 2.4 Простейшие конечнозонные решения. Спектральные кривые. 2.5 Элементарное введение в алгебраическую геометрию. 2.6 Тэта функция. Конечнозонные решения общего вида. 2.7 Редукции общих конечнозонных решений к эллиптическим, тригонометрическим и рациональным.
3	3.1 Некогерентные явления. 3.2 Бифуркационные последовательности и хаос 3.3 Потоки и отображения 3.4 Странный аттрактор

4.3. Практические (семинарские) занятия

Темы практических занятий и их трудоемкость приведены в таблице 5.

Таблица 5 – Практические занятия и их трудоемкость

№ п/п	Темы практических занятий	Формы практических занятий	Трудоемкость, (час)	Из них практической подготовки, (час)	№ раздела дисциплины
Семестр 7					
1	Вывод уравнений методом малого параметра	Решение задач аспирантами под контролем преподавателя	2		1.2
2	Вывод уравнений иерархий Кортвега-де Фриза и нелинейного уравнения Шредингера	Решение задач аспирантами под контролем преподавателя	2		2.2
3	Построение точных решений методом преобразования Дарбу	Решение задач аспирантами под контролем преподавателя	2		2.3
4	Вычисление параметров гиперэллиптических кривых	Решение задач аспирантами под контролем преподавателя	2		2.5
5	Исследование логистического отображения	Решение задач аспирантами под контролем преподавателя	2		3.2
Всего			10		

#### 4.4. Самостоятельная работа обучающихся

Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость приведены в таблице 6.

Таблица 6 – Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость

Вид самостоятельной работы	Всего, час	Семестр 7, час
1	2	3
Изучение теоретического материала дисциплины (ТО)	39	39
Курсовое проектирование (КП, КР)		
Расчетно-графические задания (РГЗ)		
Выполнение реферата (Р)		
Подготовка к текущему контролю успеваемости (ТКУ)	19	19
Домашнее задание (ДЗ)	20	20
Контрольные работы заочников (КРЗ)		
Подготовка к промежуточной аттестации (ПА)		
Всего:	78	78

#### 5. Перечень учебно-методического обеспечения

для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся указаны в п.п. 6-11.

#### 6. Перечень печатных и электронных учебных изданий

Перечень печатных и электронных учебных изданий приведен в таблице 7.

Таблица 7– Перечень печатных и электронных учебных изданий

Шифр/ URL адрес	Библиографическая ссылка	Количество экземпляров в библиотеке (кроме электронных экземпляров)
ЭБС	Ибрагимов, Н.Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. Классические и новые методы. Нелинейные математические модели. Симметрия и принципы инвариантности [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2012. — 332 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/5268">https://e.lanbook.com/book/5268</a> . — Загл. с экрана.	ЭБС

#### 7. Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины приведен в таблице 8.

Таблица 8 – Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

URL адрес	Наименование
<a href="http://www.arxiv.org">www.arxiv.org</a>	Сервер препринтов
<a href="http://nd.ics.org.ru">http://nd.ics.org.ru</a>	журнал «Нелинейная динамика»

#### 8. Перечень информационных технологий

8.1. Перечень программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.

Перечень используемого программного обеспечения представлен в таблице 9.

Таблица 9 – Перечень программного обеспечения

№ п/п	Наименование
	Не предусмотрено

8.2. Перечень информационно-справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень используемых информационно-справочных систем представлен в таблице 10.

Таблица 10– Перечень информационно-справочных систем

№ п/п	Наименование
	Не предусмотрено

#### 9. Материально-техническая база

Состав материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине, представлен в таблице 11.

Таблица 11 – Состав материально-технической базы

№ п/п	Наименование составной части материально-технической базы	Номер аудитории (при
-------	--	-------------------------

		необходимости)
1	Лекционная аудитория	
2	Компьютерный класс	

#### 10. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

10.1. Состав оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине приведен в таблице 12.

Таблица 12 – Состав оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Вид промежуточной аттестации	Перечень оценочных средств
Экзамен**	Список вопросов к экзамену;

Примечание: \*\* кандидатский экзамен

10.2. В качестве критериев оценки уровня освоения запланированных результатов обучения по дисциплине обучающимися применяется 5-балльная шкала оценивания, которая приведена в таблице 13. В течение семестра может использоваться 100-балльная шкала модульно-рейтинговой системы Университета, правила использования которой, установлены соответствующим локальным нормативным актом ГУАП.

Таблица 13 – Критерии оценки уровня освоения запланированных результатов обучения по дисциплине

Оценка компетенции	Характеристика уровня освоения запланированных результатов обучения по дисциплины
5-балльная шкала	
«отлично» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> <li>– обучающийся глубоко и всесторонне усвоил программный материал;</li> <li>– уверенно, логично, последовательно и грамотно его излагает;</li> <li>– опираясь на знания основной и дополнительной литературы, тесно привязывает усвоенные научные положения с практической деятельностью направления;</li> <li>– умело обосновывает и аргументирует выдвигаемые им идеи;</li> <li>– делает выводы и обобщения;</li> <li>– свободно владеет системой специализированных понятий.</li> </ul>
«хорошо» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> <li>– обучающийся твердо усвоил программный материал, грамотно и по существу излагает его, опираясь на знания основной литературы;</li> <li>– не допускает существенных неточностей;</li> <li>– увязывает усвоенные знания с практической деятельностью направления;</li> <li>– аргументирует научные положения;</li> <li>– делает выводы и обобщения;</li> <li>– владеет системой специализированных понятий.</li> </ul>
«удовлетворительно» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> <li>– обучающийся усвоил только основной программный материал, по существу излагает его, опираясь на знания только основной литературы;</li> <li>– допускает несущественные ошибки и неточности;</li> <li>– испытывает затруднения в практическом применении знаний направления;</li> <li>– слабо аргументирует научные положения;</li> <li>– затрудняется в формулировании выводов и обобщений;</li> <li>– частично владеет системой специализированных понятий.</li> </ul>
«неудовлетворительно» «не зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> <li>– обучающийся не усвоил значительной части программного материала;</li> <li>– допускает существенные ошибки и неточности при рассмотрении проблем в конкретном направлении;</li> <li>– испытывает трудности в практическом применении знаний;</li> <li>– не может аргументировать научные положения;</li> <li>– не формулирует выводов и обобщений.</li> </ul>



10.3. Типовые контрольные задания или иные материалы.  
Вопросы (задачи) для экзамена представлены в таблице 14.

Таблица 14 – Вопросы (задачи) для экзамена

№ п/п	Перечень вопросов (задач) для экзамена
1	Вывод нелинейных уравнений методом малого параметра
2	Вывод нелинейных волновых уравнений с помощью преобразования Лапласа
3	Пара Лакса для уравнения Кортевега-де Фриза
4	Пара Лакса для уравнения Кадомцева-Петвиашвили
5	Пара Лакса для уравнения Бусинеска
6	Пара Лакса для нелинейного уравнения Шредингера
7	Пара Лакса для модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза
8	Пара Лакса для уравнения sine-Gordon
9	Преобразование Дарбу для уравнения Кортевега-де Фриза
10	Преобразование Дарбу для нелинейного уравнения Шредингера
11	Преобразование Дарбу для уравнения sine-Gordon
12	Билинейные соотношения Римана
13	Формула Римана-Гурвица
14	Абелевы дифференциалы
15	Точки Вейерштрасса
16	Многомерные тэта-функции и их свойства
17	Эллиптические функции Вейерштрасса
18	Эллиптические функции Якоби
19	Эллиптические тэта-функции
20	Логистическое отображение и его свойства
21	Постоянные Фейгенбаума
22	Отображение Лоренца
23	Множество Мандельброта
24	Множество Жюлиа
25	Странный аттрактор
26	Фрактальная размерность

Вопросы (задачи) для зачета / дифф. зачета представлены в таблице 15.

Таблица 15 – Вопросы (задачи) для зачета / дифф. зачета

№ п/п	Перечень вопросов (задач) для зачета / дифф. зачета
	Учебным планом не предусмотрено

Вопросы для проведения промежуточной аттестации в виде тестирования представлены в таблице 16.

Таблица 16 – Примерный перечень вопросов для тестов

№ п/п	Примерный перечень вопросов для тестов
	Не предусмотрено

10.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания уровня освоения запланированных результатов обучения по дисциплине, содержатся в локальных нормативных актах ГУАП, регламентирующих порядок и процедуру проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся ГУАП.

11. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

11.1. Методические указания для обучающихся по освоению лекционного материала *(если предусмотрено учебным планом по данной дисциплине)*.

Основное назначение лекционного материала – логически стройное, системное, глубокое и ясное изложение учебного материала. Назначение современной лекции в рамках дисциплины не в том, чтобы получить всю информацию по теме, а в освоении фундаментальных проблем дисциплины, методов научного познания, новейших достижений научной мысли. В учебном процессе лекция выполняет методологическую, организационную и информационную функции. Лекция раскрывает понятийный аппарат конкретной области знания, её проблемы, дает цельное представление о дисциплине, показывает взаимосвязь с другими дисциплинами.

Планируемые результаты при освоении обучающимися лекционного материала:

- получение современных, целостных, взаимосвязанных знаний, уровень которых определяется целевой установкой к каждой конкретной теме;
- получение опыта творческой работы совместно с преподавателем;
- развитие профессионально-деловых качеств, любви к предмету и самостоятельного творческого мышления.
- появление необходимого интереса, необходимого для самостоятельной работы;
- получение знаний о современном уровне развития науки и техники и о прогнозе их развития на ближайшие годы;
- научиться методически обрабатывать материал (выделять главные мысли и положения, приходить к конкретным выводам, повторять их в различных формулировках);
- получение точного понимания всех необходимых терминов и понятий.

Лекционный материал может сопровождаться демонстрацией слайдов и использованием раздаточного материала при проведении коротких дискуссий об особенностях применения отдельных тематик по дисциплине.

11.2. Методические указания для обучающихся по прохождению практических занятий *(если предусмотрено учебным планом по данной дисциплине)*

Практическое занятие является одной из основных форм организации учебного процесса, заключающаяся в выполнении обучающимися под руководством преподавателя комплекса учебных заданий с целью усвоения научно-теоретических основ учебной дисциплины, приобретения умений и навыков, опыта творческой деятельности.

Целью практического занятия для обучающегося является привитие обучающимся умений и навыков практической деятельности по изучаемой дисциплине.

Планируемые результаты при освоении обучающимися практических занятий:

- закрепление, углубление, расширение и детализация знаний при решении конкретных задач;
- развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;
- овладение новыми методами и методиками изучения конкретной учебной дисциплины;
- выработка способности логического осмысления полученных знаний для выполнения заданий;
- обеспечение рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм обучения.

11.3. Методические указания для обучающихся по прохождению самостоятельной работы

В ходе выполнения самостоятельной работы, обучающийся выполняет работу по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Для обучающихся по заочной форме обучения, самостоятельная работа может включать в себя контрольную работу.

В процессе выполнения самостоятельной работы, у обучающегося формируется целесообразное планирование рабочего времени, которое позволяет им развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, помогает получить навыки повышения профессионального уровня.

Методическими материалами, направляющими самостоятельную работу обучающихся являются:

- учебно-методический материал по дисциплине;
- методические указания по выполнению контрольных работ (для обучающихся по заочной форме обучения).

11.4. Методические указания для обучающихся по прохождению текущего контроля успеваемости.

Текущий контроль успеваемости предусматривает контроль качества знаний обучающихся, осуществляемого в течение семестра с целью оценивания хода освоения дисциплины.

Возможные методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

- устный опрос на занятиях;
- систематическая проверка выполнения индивидуальных заданий;
- защита отчётов по лабораторным работам;
- проведение контрольных работ;
- тестирование;
- контроль самостоятельных работ (в письменной или устной формах);
- контроль выполнения индивидуального задания на практику;
- контроль курсового проектирования и выполнения курсовых работ;
- иные виды, определяемые преподавателем.

11.5. Методические указания для обучающихся по прохождению промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация обучающихся предусматривает оценивание промежуточных и окончательных результатов обучения по дисциплине. Она включает в себя:

- экзамен – форма оценки знаний, полученных обучающимся в процессе изучения всей дисциплины или ее части, навыков самостоятельной работы, способности применять их для решения практических задач. Экзамен, как правило, проводится в период экзаменационной сессии и завершается аттестационной оценкой «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Лист внесения изменений в рабочую программу дисциплины

Дата внесения изменений и дополнений. Подпись внесшего изменения	Содержание изменений и дополнений	Дата и № протокола заседания кафедры	Подпись зав. кафедрой