

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
"САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ"

Кафедра № 1

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель направления

д.ф.-м.н., доц.

(должность, уч. степень, звание)

А.О. Смирнов

(инициалы, фамилия)



(подпись)

«21» 06 2023 г

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Элементы функционального анализа»
(Наименование дисциплины)

Код направления подготовки/ специальности	01.03.02
Наименование направления подготовки/ специальности	Прикладная математика и информатика
Наименование направленности	Прикладная математика и информатика в наукоемком производстве
Форма обучения	очная

Санкт-Петербург– 2023

Лист согласования рабочей программы дисциплины

Программу составил (а)

д.ф.-м.н.,доц.

(должность, уч. степень, звание)



21.06.23

(подпись, дата)

Ю. А. Пичугин

(инициалы, фамилия)

Программа одобрена на заседании кафедры № 1

«21» июня 2023 г, протокол № 06/2

Заведующий кафедрой № 1

д.ф.-м.н.,доц.

(уч. степень, звание)



21.06.23

(подпись, дата)

А.О. Смирнов

(инициалы, фамилия)

Ответственный за ОП ВО 01.03.02(01)

профессор, д.т.н., доцент

(должность, уч. степень, звание)



21.06.23

(подпись, дата)

Л.П. Вершнина

(инициалы, фамилия)

Заместитель директора института ФПТИ по методической работе

доц.,к.ф.-м.н.,доц.

(должность, уч. степень, звание)



21.06.23

(подпись, дата)

Ю.А. Новикова

(инициалы, фамилия)

Аннотация

Дисциплина «Элементы функционального анализа» входит в образовательную программу высшего образования – программу бакалавриата по направлению подготовки/ специальности 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» направленности «Прикладная математика и информатика в наукоемком производстве». Дисциплина реализуется кафедрой «№1».

Дисциплина нацелена на формирование у выпускника следующих компетенций:

ПК-2 «Способен участвовать в работах по постановке и анализу задач моделирования наукоемкой продукции и процессов ее изготовления с использованием современных цифровых инструментов и информационных технологий»

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с метрическими и нормированными пространствами, линейными операторами и функционалами.

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, практические занятия, самостоятельная работа обучающегося.

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости, промежуточная аттестация в форме экзамена.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 4 зачетных единицы, 144 часа.

Язык обучения по дисциплине «русский»

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

1.1. Цели преподавания дисциплины

Цель курса – ознакомить студентов с основами современного анализа в бесконечномерных линейных пространствах; показать применение основных понятий и методов функционального анализа к различным областям математики; научить студентов основополагающим принципам и фактам функционального анализа, показать разнообразие конкретных реализаций общих конструкций, обеспечить возможность дальнейшего самостоятельного освоения современных методов непрерывного анализа.

1.2. Дисциплина входит в состав части, формируемой участниками образовательных отношений, образовательной программы высшего образования (далее – ОП ВО).

1.3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОП ВО.

В результате изучения дисциплины обучающийся должен обладать следующими компетенциями или их частями. Компетенции и индикаторы их достижения приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Перечень компетенций и индикаторов их достижения

Категория (группа) компетенции	Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
Профессиональные компетенции	ПК-2 Способен участвовать в работах по постановке и анализу задач моделирования наукоемкой продукции и процессов ее изготовления с использованием современных цифровых инструментов и информационных технологий	ПК-2.3.1 знать актуальную нормативную документацию в области автоматизации и управления; математические методы разработки моделей ПК-2.У.1 уметь ставить и анализировать задачи моделирования объектов и процессов

2. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина может базироваться на знаниях, ранее приобретенных обучающимися при изучении следующих дисциплин:

- «Математика. Математический анализ»,
- «Математика. Аналитическая геометрия и линейная алгебра»,
- «Дифференциальные уравнения»

Знания, полученные при изучении материала данной дисциплины, имеют как самостоятельное значение, так и могут использоваться при изучении других дисциплин:

- «Математические методы оптимизации»,

3. Объем и трудоемкость дисциплины

Данные об общем объеме дисциплины, трудоемкости отдельных видов учебной работы по дисциплине (и распределение этой трудоемкости по семестрам) представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Объем и трудоемкость дисциплины

Вид учебной работы	Всего	Трудоемкость по семестрам
		№4
1	2	3
Общая трудоемкость дисциплины, ЗЕ/ (час)	4/ 144	4/ 144
Из них часов практической подготовки	34	34
Аудиторные занятия, всего час.	68	68
в том числе:		
лекции (Л), (час)	34	34
практические/семинарские занятия (ПЗ), (час)	34	34
лабораторные работы (ЛР), (час)		
курсовой проект (работа) (КП, КР), (час)		
экзамен, (час)	36	36
Самостоятельная работа, всего (час)	40	40
Вид промежуточной аттестации: зачет, дифф. зачет, экзамен (Зачет, Дифф. зач, Экз.**)	Экз.	Экз.

Примечание: ** кандидатский экзамен

4. Содержание дисциплины

4.1. Распределение трудоемкости дисциплины по разделам и видам занятий.

Разделы, темы дисциплины и их трудоемкость приведены в таблице 3.

Таблица 3 – Разделы, темы дисциплины, их трудоемкость

Разделы, темы дисциплины	Лекции (час)	ПЗ (СЗ) (час)	ЛР (час)	КП (час)	СРС (час)
Семестр 4					
Раздел 1. Метрические пространства	10	11			13
Раздел 2. Линейные нормированные пространства	12	9			15
Раздел 3. Линейные операторы и функционалы	12	14			12
Итого в семестре:	34	34			40
Итого	34	34	0	0	40

Практическая подготовка заключается в непосредственном выполнении обучающимися определенных трудовых функций, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

4.2. Содержание разделов и тем лекционных занятий.

Содержание разделов и тем лекционных занятий приведено в таблице 4.

Таблица 4 – Содержание разделов и тем лекционного цикла

Номер раздела	Название и содержание разделов и тем лекционных занятий
1	Раздел 1. Метрические пространства Тема 1.1. Функциональная зависимость, Множества, упорядоченность. Тема 1.2. Метрики и метрические пространства. Сходимость

	и полнота. Компактность Тема 1.3. Пополнение метрических пространств. Теоремы о полных пространствах Тема 1.4. Сепарабельные пространства Тема 1.5. Сжимающие отображения
2	Раздел 2. Линейные нормированные пространства Тема 2.1. Линейные пространства. Тема 2.2. Линейные нормированные и топологические пространства Тема 2.3. Гильбертово пространство. Неравенство Коши-Шварца Тема 2.4. Обобщенные производные. Пространство Соболева
3	Раздел 3. Линейные операторы и функционалы Тема 3.1. Линейные операторы в линейных нормированных пространствах Тема 3.2. Пространство линейных ограниченных операторов Тема 3.3. Обратные операторы Тема 3.4. Пространство Банаха Тема 3.5. Линейные функционалы. Теорема Хана-Банаха Тема 3.6. Сопряженные пространства и сопряженные операторы

4.3. Практические (семинарские) занятия

Темы практических занятий и их трудоемкость приведены в таблице 5.

Таблица 5 – Практические занятия и их трудоемкость

№ п/п	Темы практических занятий	Формы практических занятий	Трудоемкость, (час)	Из них практической подготовки, (час)	№ раздела дисциплины
Семестр 4					
1	Метрические пространства. Основные понятия и свойства	Решение задач	2		1
2	Последовательности в метрических пространствах. Полнота	Решение задач	3		1
3	Всюду плотные множества. Теорема Бэра	Решение задач	2		1
4	Отображения метрических пространств. Теорема о неподвижной точке	Решение задач	4		1

5	Нормированные пространства Основные понятия и свойства. Примеры нормированных пространств	Решение задач	2		2
6	Множества и последовательности в нормированных пространствах. Подпространства	Решение задач	3		2
7	Гильбертовы пространства. Примеры евклидовых и гильбертовых пространств	Решение задач	2		2
8	Ортонормированные системы и базисы в гильбертовых пространствах	Решение задач	2		2
9	Линейные операторы. Основные примеры операторов	Решение задач	3		3
10	Свойства операторов. Операторы в гильбертовых пространствах	Решение задач	3		3
11	Пространство операторов	Решение задач	2		3
12	Линейные функционалы и их свойства	Решение задач	2		3
13	Теорема Хана-Банаха.	Решение задач	2		3
14	Сопряженное пространство	Решение задач	2		3
Всего			34		

4.4. Лабораторные занятия

Темы лабораторных занятий и их трудоемкость приведены в таблице 6.

Таблица 6 – Лабораторные занятия и их трудоемкость

№ п/п	Наименование лабораторных работ	Трудоемкость, (час)	Из них практической подготовки, (час)	№ раздела дисциплины
Учебным планом не предусмотрено				

Всего			
-------	--	--	--

4.5. Курсовое проектирование/ выполнение курсовой работы
Учебным планом не предусмотрено

4.6. Самостоятельная работа обучающихся
Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость приведены в таблице 7.

Таблица 7 – Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость

Вид самостоятельной работы	Всего, час	Семестр 4, час
1	2	3
Изучение теоретического материала дисциплины (ТО)	28	28
Курсовое проектирование (КП, КР)		
Расчетно-графические задания (РГЗ)		
Выполнение реферата (Р)		
Подготовка к текущему контролю успеваемости (ТКУ)		
Домашнее задание (ДЗ)		
Контрольные работы заочников (КРЗ)		
Подготовка к промежуточной аттестации (ПА)	12	12
Всего:	40	40

5. Перечень учебно-методического обеспечения
для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся указаны в п.п. 7-11.

6. Перечень печатных и электронных учебных изданий
Перечень печатных и электронных учебных изданий приведен в таблице 8.
Таблица 8– Перечень печатных и электронных учебных изданий

Шифр/ URL адрес	Библиографическая ссылка	Количество экземпляров в библиотеке (кроме электронных экземпляров)
https://e.lanbook.com/book/212189	Власова, Е. А. Элементы функционального анализа : учебное пособие / Е. А. Власова, И. К. Марчевский. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 400 с. — ISBN 978-5-8114-1958-6. —	ЭБС ЛАНЬ
https://e.lanbook.com/book/116362	Павлов, Е. А. Основы функционального анализа : учебное пособие / Е. А. Павлов.	ЭБС ЛАНЬ

	— 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 88 с. — ISBN 978-5-8114-3635-4.	
--	---	--

7. Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины приведен в таблице 9.

Таблица 9 – Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

URL адрес	Наименование
http://www.math-net.ru	Общероссийский математический портал
http://e.lanbook.com/view	ЭБС «Лань»

8. Перечень информационных технологий

8.1. Перечень программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.

Перечень используемого программного обеспечения представлен в таблице 10.

Таблица 10– Перечень программного обеспечения

№ п/п	Наименование
	Не предусмотрено

8.2. Перечень информационно-справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень используемых информационно-справочных систем представлен в таблице 11.

Таблица 11– Перечень информационно-справочных систем

№ п/п	Наименование
	Не предусмотрено

9. Материально-техническая база

Состав материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине, представлен в таблице 12.

Таблица 12 – Состав материально-технической базы

№ п/п	Наименование составной части материально-технической базы	Номер аудитории (при необходимости)
1	Лекционная аудитория	
2	Аудитория общего назначения	

10. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

10.1. Состав оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине приведен в таблице 13.

Таблица 13 – Состав оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Вид промежуточной аттестации	Перечень оценочных средств
------------------------------	----------------------------

Экзамен	Список вопросов к экзамену;
---------	-----------------------------

10.2. В качестве критериев оценки уровня сформированности (освоения) компетенций обучающимися применяется 5-балльная шкала оценки сформированности компетенций, которая приведена в таблице 14. В течение семестра может использоваться 100-балльная шкала модульно-рейтинговой системы Университета, правила использования которой, установлены соответствующим локальным нормативным актом ГУАП.

Таблица 14 –Критерии оценки уровня сформированности компетенций

Оценка компетенции 5-балльная шкала	Характеристика сформированных компетенций
«отлично» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> – обучающийся глубоко и всесторонне усвоил программный материал; – уверенно, логично, последовательно и грамотно его излагает; – опираясь на знания основной и дополнительной литературы, тесно привязывает усвоенные научные положения с практической деятельностью направления; – умело обосновывает и аргументирует выдвигаемые им идеи; – делает выводы и обобщения; – свободно владеет системой специализированных понятий.
«хорошо» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> – обучающийся твердо усвоил программный материал, грамотно и по существу излагает его, опираясь на знания основной литературы; – не допускает существенных неточностей; – увязывает усвоенные знания с практической деятельностью направления; – аргументирует научные положения; – делает выводы и обобщения; – владеет системой специализированных понятий.
«удовлетворительно» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> – обучающийся усвоил только основной программный материал, по существу излагает его, опираясь на знания только основной литературы; – допускает несущественные ошибки и неточности; – испытывает затруднения в практическом применении знаний направления; – слабо аргументирует научные положения; – затрудняется в формулировании выводов и обобщений; – частично владеет системой специализированных понятий.
«неудовлетворительно» «не зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> – обучающийся не усвоил значительной части программного материала; – допускает существенные ошибки и неточности при рассмотрении проблем в конкретном направлении; – испытывает трудности в практическом применении знаний; – не может аргументировать научные положения; – не формулирует выводов и обобщений.

10.3. Типовые контрольные задания или иные материалы.

Вопросы (задачи) для экзамена представлены в таблице 15.

Таблица 15 – Вопросы (задачи) для экзамена

№ п/п	Перечень вопросов (задач) для экзамена	Код индикатора
		ПК-2.3.1
		ПК-2.У.1

Вопросы (задачи) для зачета / дифф. зачета представлены в таблице 16.
Таблица 16 – Вопросы (задачи) для зачета / дифф. зачета

№ п/п	Перечень вопросов (задач) для зачета / дифф. зачета	Код индикатора
	Учебным планом не предусмотрено	

Перечень тем для курсового проектирования/выполнения курсовой работы представлены в таблице 17.

Таблица 17 – Перечень тем для курсового проектирования/выполнения курсовой работы

№ п/п	Примерный перечень тем для курсового проектирования/выполнения курсовой работы
	Учебным планом не предусмотрено

Вопросы для проведения промежуточной аттестации в виде тестирования представлены в таблице 18.

Таблица 18 – Примерный перечень вопросов для тестов

№ п/п	Примерный перечень вопросов для тестов	Код индикатора
1	<ol style="list-style-type: none"> 1. Перечислите аксиомы метрики. 2. Что можно сказать о множестве, которое содержит все свои предельные точки? 3. Приведите пример метрического пространства. 4. Если множество ограничено и замкнуто, то оно... (закончите фразу). 5. Какое отображение называется сжимающим. 6. Сформулируйте теорему о неподвижной точке. 7. Приведите пример применения теоремы о неподвижно точке. 8. Дайте определение всюду плотного множества. 9. Приведите пример сепарабельного пространства. 10. Объясните своими словами, что такое линейное пространство. 	ПК-2.3.1
2	<ol style="list-style-type: none"> 11. Перечислите свойства (аксиомы) нормы. 12. Определите метрику в нормированном пространстве. 13. Приведите пример нормы в нормированном пространстве. 14. Объясните своим словами, в чем суть операции сдвига в линейном пространстве. 15. Что можно сказать о конечномерных линейных нормированных пространствах одинаковой размерности? 16. Сформулируйте теорему Колмогорова об условии нормирования линейного топологического пространства. 17. В чем отличие абстрактного Гильбертова пространства от унитарного пространства? 18. Объясните в двух словах, что такое ортогональность в Гильбертовом пространстве. 19. При каком условии ортонормированная система является базисом гильбертова пространства? 20. Напишите равенство Парсеваля и дайте ему геометрическую интерпретацию 	ПК-2.У.1
3	<ol style="list-style-type: none"> 21. Все сепарабельные гильбертовы пространства изоморфна и изометричны пространству... (закончите фразу). 22. Напишите формулу вычисления нормы в пространстве Соболева. 	ПК-2.3.1 ПК-2.У.1

	23. Приведите пример линейного оператора. 24. Выразите совокупность свойств аддитивности и однородности одним понятием. 25. Перечислите свойства кольца линейных операторов? 26. Для того, чтобы линейный оператор был непрерывен, необходимо и достаточно, чтобы он был... (закончите фразу). 27. Дайте определение норме оператора. 28. Есть ли различие в определениях ограниченного оператора и ограниченного функционала? 29. Какой вывод можно сделать о пространстве линейных ограниченных операторов, если они заданы на полном пространстве? 30. Сформулируйте теорему Хана-Банаха.	
--	---	--

Перечень тем контрольных работ по дисциплине обучающихся заочной формы обучения, представлены в таблице 19.

Таблица 19 – Перечень контрольных работ

№ п/п	Перечень контрольных работ
	Не предусмотрено

10.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания индикаторов, характеризующих этапы формирования компетенций, содержатся в локальных нормативных актах ГУАП, регламентирующих порядок и процедуру проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся ГУАП.

11. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

11.1. Методические указания для обучающихся по освоению лекционного материала

Основное назначение лекционного материала – логически стройное, системное, глубокое и ясное изложение учебного материала. Назначение современной лекции в рамках дисциплины не в том, чтобы получить всю информацию по теме, а в освоении фундаментальных проблем дисциплины, методов научного познания, новейших достижений научной мысли. В учебном процессе лекция выполняет методологическую, организационную и информационную функции. Лекция раскрывает понятийный аппарат конкретной области знания, её проблемы, дает цельное представление о дисциплине, показывает взаимосвязь с другими дисциплинами.

Планируемые результаты при освоении обучающимися лекционного материала:

- получение современных, целостных, взаимосвязанных знаний, уровень которых определяется целевой установкой к каждой конкретной теме;
- получение опыта творческой работы совместно с преподавателем;
- развитие профессионально-деловых качеств, любви к предмету и самостоятельного творческого мышления.
- появление необходимого интереса, необходимого для самостоятельной работы;
- получение знаний о современном уровне развития науки и техники и о прогнозе их развития на ближайшие годы;
- научиться методически обрабатывать материал (выделять главные мысли и положения, приходиться к конкретным выводам, повторять их в различных формулировках);
- получение точного понимания всех необходимых терминов и понятий.

Лекционный материал может сопровождаться демонстрацией слайдов и использованием раздаточного материала при проведении коротких дискуссий об особенностях применения отдельных тематик по дисциплине.

Структура предоставления лекционного материала:

- Определения математических терминов.
- Формулировка теоремы.
- Доказательство теоремы.
- Иллюстрирующие примеры.

11.2. Методические указания для обучающихся по прохождению практических занятий

Практическое занятие является одной из основных форм организации учебного процесса, заключающаяся в выполнении обучающимися под руководством преподавателя комплекса учебных заданий с целью усвоения научно-теоретических основ учебной дисциплины, приобретения умений и навыков, опыта творческой деятельности.

Целью практического занятия для обучающегося является привитие обучающимся умений и навыков практической деятельности по изучаемой дисциплине.

Планируемые результаты при освоении обучающимся практических занятий:

- закрепление, углубление, расширение и детализация знаний при решении конкретных задач;
- развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;
- овладение новыми методами и методиками изучения конкретной учебной дисциплины;
- выработка способности логического осмысления полученных знаний для выполнения заданий;
- обеспечение рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм обучения.

Требования к проведению практических занятий

Практические занятия начинаются с записи в журнал преподавателя присутствующих студентов. Затем объявляется тема практических занятий (см. пункт 6.3), и выдается задание. Студенты решают задачи, используя знания, полученные на лекции. Студент, который первым решил задачу, вызывается к доске. В случае если студент правильно решил задачу, он получает 5 баллов. Если студент решает задачу с помощью преподавателя, то получает 4 балла. Затем, в конце семестра, оценки студентов (включая оценку посещаемости) переводятся в бонусы (качество) от 0 до 5 баллов. Эти бонусы добавляются к общей сумме баллов в рамках модульно-рейтинговой системы.

11.3. Методические указания для обучающихся по прохождению самостоятельной работы

В ходе выполнения самостоятельной работы, обучающийся выполняет работу по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Для обучающихся по заочной форме обучения, самостоятельная работа может включать в себя контрольную работу.

В процессе выполнения самостоятельной работы, у обучающегося формируется целесообразное планирование рабочего времени, которое позволяет им развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, помогает получить навыки повышения профессионального уровня.

Методическими материалами, направляющими самостоятельную работу обучающихся являются:

- учебно-методический материал по дисциплине;
- методические указания по выполнению контрольных работ (для обучающихся по заочной форме обучения).

11.4. Методические указания для обучающихся по прохождению текущего контроля успеваемости.

Текущий контроль успеваемости предусматривает контроль качества знаний обучающихся, осуществляемого в течение семестра с целью оценивания хода освоения дисциплины.

Для успешного прохождения текущего контроля студенту необходимо успешно решить 1-2 задачи для каждого раздела дисциплины без помощи преподавателя.

11.5. Методические указания для обучающихся по прохождению промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация обучающихся предусматривает оценивание промежуточных и окончательных результатов обучения по дисциплине. Она включает в себя:

- экзамен – форма оценки знаний, полученных обучающимся в процессе изучения всей дисциплины или ее части, навыков самостоятельной работы, способности применять их для решения практических задач. Экзамен, как правило, проводится в период экзаменационной сессии и завершается аттестационной оценкой «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Лист внесения изменений в рабочую программу дисциплины

Дата внесения изменений и дополнений. Подпись внесшего изменения	Содержание изменений и дополнений	Дата и № протокола заседания кафедры	Подпись зав. кафедрой