



Лист согласования рабочей программы дисциплины

Программу составил (а)

Заведующий кафедрой

№41, д.т.н., проф.

(уч. степень, звание)



18.06.24

(подпись, дата)

Г.А. Коржавин

(инициалы, фамилия)

Программа одобрена на заседании кафедры № 41

«18» июня 2024г, протокол № 11-2023/24

Заведующий кафедрой № 41

д.т.н., проф.

(уч. степень, звание)



18.06.24

(подпись, дата)

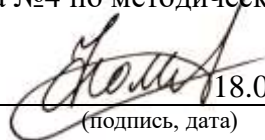
Г.А. Коржавин

(инициалы, фамилия)

Заместитель директора института №4 по методической работе

доц., к.т.н.

(должность, уч. степень, звание)



18.06.24

(подпись, дата)

А.А. Фоменкова

(инициалы, фамилия)

## Аннотация

Дисциплина «Дискретная математика» входит в образовательную программу высшего образования – программу бакалавриата по направлению подготовки/ специальности 09.03.04 «Программная инженерия» направленности «Проектирование программных систем». Дисциплина реализуется кафедрой «№41».

Дисциплина нацелена на формирование у выпускника следующих компетенций:

УК-1 «Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач»

УК-2 «Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений»

ОПК-1 «Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности»

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с понятиями теории множеств, основными соотношениями комбинаторики и методами оптимизации теории графов. Студенты должны уметь формализовывать практические оптимизационные задачи и решать их методами дискретной математики, развивать свой интеллект и способности к логическому и алгоритмическому мышлению, обучаться основным математическим методам, необходимым для анализа и моделирования устройств, процессов и явлений при поиске оптимальных решений научно-технических проблем и выбора наилучших способов реализации этих методов, изучать методы обработки и анализа результатов численных и натуральных экспериментов.

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, практические занятия, самостоятельную работу студентов, консультации.

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости, промежуточная аттестация в форме зачета.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 часов.

Язык обучения по дисциплине «русский»

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

### 1.1. Цели преподавания дисциплины

Цель преподавания дисциплины - дать студентами необходимые базовые знания и систематизированное представление о теории множеств, комбинаторике и теории графов и их интерпретациях, а также привить им навыки решения оптимизационных задач методами дискретной математики. Содержание дисциплины является логическим продолжением содержания дисциплин: курса математики и информатики; вопросы, изучаемые в курсе дискретной математики, базируются на общематематических курсах, изучаемых студентами на предыдущих семестрах, в частности, в курсах математического анализа и вычислительной математики.

Поэтому необходимо иметь представление: о месте дискретной математики в структуре современной математики, связи дискретной математики с другими разделами математики и прикладными дисциплинами по специальности.

Знать: основные законы теории множеств, основные соотношения комбинаторики и методы оптимизации теории графов.

Уметь: формализовывать практические оптимизационные задачи и решать их методами дискретной математики.

1.2. Дисциплина входит в состав обязательной части образовательной программы высшего образования (далее – ОП ВО).

1.3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОП ВО.

В результате изучения дисциплины обучающийся должен обладать следующими компетенциями или их частями. Компетенции и индикаторы их достижения приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Перечень компетенций и индикаторов их достижения

Категория (группа) компетенции	Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
Универсальные компетенции	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.3.3 знать методики системного подхода для решения поставленных задач УК-1.В.2 владеть навыками системного подхода для решения поставленных задач
Универсальные компетенции	УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.У.3 уметь выдвигать альтернативные варианты действий с целью выбора оптимальных способов решения задач, в том числе с помощью цифровых средств
Общепрофессиональные компетенции	ОПК-1 Способен применять естественнонаучные	ОПК-1.3.1 знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования

	и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.У.1 уметь решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования ОПК-1.В.1 владеть навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности
--	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

## 2. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина может базироваться на знаниях, ранее приобретенных обучающимися при изучении следующих дисциплин:

- школьного курса математики;
- школьного курса информатики

Знания, полученные при изучении материала данной дисциплины, имеют как самостоятельное значение, так и могут использоваться при изучении других дисциплин:

- Теория вычислительных процессов;
- Компьютерное моделирование;
- Функциональное и логическое программирование

## 3. Объем и трудоемкость дисциплины

Данные об общем объеме дисциплины, трудоемкости отдельных видов учебной работы по дисциплине (и распределение этой трудоемкости по семестрам) представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Объем и трудоемкость дисциплины

Вид учебной работы	Всего	Трудоемкость по семестрам
		№3
1	2	3
<b>Общая трудоемкость дисциплины, ЗЕ/ (час)</b>	3/ 108	3/ 108
<b>Из них часов практической подготовки</b>		
<b>Аудиторные занятия, всего час.</b>	12	12
в том числе:		
лекции (Л), (час)	8	8
практические/семинарские занятия (ПЗ), (час)	4	4
лабораторные работы (ЛР), (час)		
курсовой проект (работа) (КП, КР), (час)		
экзамен, (час)		
<b>Самостоятельная работа, всего (час)</b>	96	96
<b>Вид промежуточной аттестации:</b> зачет, дифф. зачет, экзамен (Зачет, Дифф. зач, Экз.**)	Зачет	Зачет

Примечание: \*\* кандидатский экзамен

## 4. Содержание дисциплины

4.1. Распределение трудоемкости дисциплины по разделам и видам занятий. Разделы, темы дисциплины и их трудоемкость приведены в таблице 3.

Таблица 3 – Разделы, темы дисциплины, их трудоемкость

Разделы, темы дисциплины	Лекции (час)	ПЗ (СЗ) (час)	ЛР (час)	КП (час)	СРС (час)
Семестр 3					
Раздел 1.	1	0			10
Раздел 2.	2	1			15
Раздел 3.	2	1			40
Раздел 4.	2	1			10
Раздел 5.	1	1			21
Итого в семестре:	8	4			96
Итого	8	4	0	0	96

Практическая подготовка заключается в непосредственном выполнении обучающимися определенных трудовых функций, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

4.2. Содержание разделов и тем лекционных занятий.

Содержание разделов и тем лекционных занятий приведено в таблице 4.

Таблица 4 – Содержание разделов и тем лекционного цикла

Номер раздела	Название и содержание разделов и тем лекционных занятий
<b>1</b>	<p><b>Множества и операции над ними</b></p> <p>1.1 Множество. Равенство множеств. Подмножество. Пустое множество, универсум. Диаграммы Эйлера-Венна. Булеан. Способы задания множеств. Основные операции над множествами. Алгебра множеств, её основные формулы. Конституенты .</p> <p>1.2. Декартовы произведения множеств. Бинарные отношения. Отображения множеств. Образы, прообразы, обратные отображения, виды отображений. Функции, их свойства. Бинарные отношения специального вида. Отношения порядка.</p> <p>1.3. Эквивалентность и мощность множеств. Кардинальные числа, шкала кардинальных чисел. Конечные, бесконечные, счётные, бессчётные, континуальные множества, их свойства. Арифметика кардинальных чисел.</p>
<b>2</b>	<p><b>Комбинаторика.</b></p> <p>2.1 Основные формулы комбинаторики. Выборки. Правила суммы и произведения. Перестановки, размещения, сочетания с повторениями и без повторений. Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов.</p> <p>2.2 Принцип включений и исключений. Формула включений и исключений. Применение принципа включений и исключений к решению некоторых комбинаторных задач.</p> <p>2.3 Производящие функции, экспоненциальные производящие функции, действия над ними. Производящие функции некоторых комбинаторных последовательностей. Метод рекуррентных соотношений. Решение линейных рекуррентных уравнений с постоянными коэффициентами. Числа Фибоначчи.</p>
<b>3</b>	<p><b>Основы теории графов.</b></p> <p>3.1 Основные понятия теории графов Граф (орграф), его элементы. Виды графов (орграфов). Отношения между элементами графа (орграфа). Способы задания. Степень</p>

	<p>вершины. Изоморфизм. Связность.</p> <p>3.2 Маршруты, пути, циклы  Маршруты в графах, их виды. Цепь, цикл. Пути в орграфах, их виды. Контур. Теоремы о маршрутах и циклах. Определение экстремальных путей на графах. Выявление маршрутов с заданным количеством ребер. Метод Шимбелла. Алгоритмы Дейкстры и Беллмана - Мура построения кратчайшего пути. Задача о нахождении максимального пути на ациклических графах. Контур. Теоремы о маршрутах и циклах. Обходы графов. Фундаментальные циклы.</p> <p>3.3 Деревья. Дерево (ордерево). Корневые, бинарные деревья. Теоремы о деревьях. Остовный граф. Задача об остове минимального веса. Алгоритм Прима расчета кратчайшего остова.</p>
4	<p><b>Планарные и хроматические графы.</b>  Планарные графы. Укладка графа на плоскости, один из алгоритмов укладки графов. Хроматические графы. Раскраски графов. Теорема о пяти красках, история её доказательства.</p>
5	<p><b>Элементы сетевого планирования.</b>  5.1. Сети, потоки в сетях  Определения двухполюсной направленной сети, потока. Задача о максимальном потоке. Разрез. Теорема Форда-Фалкерсона.  5.2 Основные параметры сетевых графов. Критические пути, работы, резервы. Резервы для событий и работ сетевого графа. Линейные графики.  5.3. Планирование потребления ресурса. Составление расписаний при ограничениях на ресурсы.</p>

#### 4.3. Практические (семинарские) занятия

Темы практических занятий и их трудоемкость приведены в таблице 5.

Таблица 5 – Практические занятия и их трудоемкость

№ п/п	Темы практических занятий	Формы практических занятий	Трудоемкость, (час)	Из них практической подготовки, (час)	№ раздела дисциплины
<b>Семестр 3</b>					
1	<p>1.1.Способы задания множеств. Диаграммы Эйлера-Венна. Булеан. Основные операции над множествами. Алгебра множеств, её основные формулы. Решение задач на доказательство тождеств.</p> <p>1.2.Декартовы произведения множеств. Бинарные отношения. Доказательство свойств декартова произведения, бинарных отношений функций. Отношения порядка.</p>	решение ситуационных задач	1		1

	<p>1.3. Задачи на рефлексивность (иррефлексивность), симметричность, антисимметричность, транзитивность бинарных отношений, эквивалентности. Действия над кардинальными числами.</p>				
2	<p>2.1. Выборки. Правила суммы и произведения. Перестановки, размещения, сочетания с повторениями и без повторений. Решение простых перечислительных задач.</p> <p>2.2. Производящие функции, экспоненциальные производящие функции, действия над ними. Производящие функции некоторых комбинаторных последовательностей. Метод рекуррентных соотношений. Решение линейных рекуррентных уравнений с постоянными коэффициентами.</p> <p>2.3. Формула включений и исключений. Применение принципа включений и исключений к решению некоторых комбинаторных задач.</p>	решение ситуационных задач	1		2
3	<p>3.1. Упорядочение дуг и вершин орграфа. Решение экстремальных задач теории графов. Выдача первой части индивидуального домашнего задания.</p> <p>3.2. Определение экстремальных путей на графах. Выявление маршрутов с заданным количеством ребер. Метод Шимбелла. Алгоритмы Дейкстры и</p>	решение ситуационных задач	1		3



	Беллмана - Мура построения кратчайшего пути. Задача о нахождении максимального пути на ациклических графах. 3.3. Обходы графов. Фундаментальные циклы (продолжение). Решение экстремальных задач теории графов (экстремальные остовы).				
4	4.1. Алгоритм укладки графа на плоскости. Раскраски графов. 4.2 Алгоритм Форда-Фалкерсона. Построение потока минимальной стоимости. 4.3 Критические пути, работы, резервы. Резервы для событий и работ сетевого графа. Линейные графики. Планирование потребления ресурса. 4.4 Планирование потребления ресурса. Составление расписаний при ограничениях на ресурсы.	решение ситуационных задач	1		4, 5
Всего			4	4	

#### 4.4. Лабораторные занятия

Темы лабораторных занятий и их трудоемкость приведены в таблице 6.

Таблица 6 – Лабораторные занятия и их трудоемкость

№ п/п	Наименование лабораторных работ	Трудоемкость, (час)	Из них практической подготовки, (час)	№ раздела дисциплины
Учебным планом не предусмотрено				
Всего				

#### 4.5. Курсовое проектирование/ выполнение курсовой работы

Учебным планом не предусмотрено

#### 4.6. Самостоятельная работа обучающихся

Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость приведены в таблице 7.

Таблица 7 – Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость

Вид самостоятельной работы	Всего, час	Семестр 3, час
1	2	3
Изучение теоретического материала дисциплины (ТО)	40	40
Курсовое проектирование (КП, КР)	-	-
Расчетно-графические задания (РГЗ)	-	-
Выполнение реферата (Р)	-	-
Подготовка к текущему контролю успеваемости (ТКУ)	10	10
Домашнее задание (ДЗ)	20	20
Контрольные работы заочников (КРЗ)	10	10
Подготовка к промежуточной аттестации (ПА)	16	16
Всего:	96	96

5. Перечень учебно-методического обеспечения

для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся указаны в п.п. 7-11.

6. Перечень печатных и электронных учебных изданий

Перечень печатных и электронных учебных изданий приведен в таблице 8.

Таблица 8– Перечень печатных и электронных учебных изданий

Шифр/ URL адрес	Библиографическая ссылка	Количество экземпляров в библиотеке (кроме электронных экземпляров)
	С.Д. Шапорев, Дискретная математика. СПб.: БХВ-Петербург, 2006, 396 с.	9
[519.6(075) Н 13 519.6/8]	А.А. Набебин Дискретная математика. – М: Научный мир, 2010. – 509 с.	5
[519.7(075) Д 48 519.6/8]	Дискретная математика. Основные понятия теории чисел: методические указания/ С.-Петерб. гос. ун-т аэрокосм. приборостроения; сост. С. В. Федоренко. - СПб.: ГОУ ВПО "СПбГУАП", 2011. - 16 с.	77
[519.7(075) Д 48 519.6/8]	Дискретная математика. Дополнительные главы теории чисел: методические указания/ С.-Петерб. гос. ун-т аэрокосм. приборостроения; сост. С. В. Федоренко. - СПб.: ГОУ ВПО "СПбГУАП", 2011.	83
	Избранные разделы математической логики : учебное пособие / С. Д. Шапорев ; С.-Петерб. гос. ун-т аэрокосм.	19

приборостроения. - СПб. : Изд-во ГУАП, 2018. - 288 с.	
-------------------------------------------------------	--

7. Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины приведен в таблице 9.

Таблица 9 – Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

URL адрес	Наименование
<a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&amp;p11_id=536">http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&amp;p11_id=536</a>	Асанов М.О., Баранский В.А., Расин В.В. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы [Электронный ресурс] - СПб.: Издательство «Лань», 2010. – 368 с.
<a href="http://znanium.com/bookread.php?book=119456">http://znanium.com/bookread.php?book=119456</a>	Канцедал С. А. Дискретная математика [Электронный ресурс]: учебное пособие / С.А. Канцедал. - М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2007. - 224 с.

8. Перечень информационных технологий

8.1. Перечень программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.

Перечень используемого программного обеспечения представлен в таблице 10.

Таблица 10– Перечень программного обеспечения

№ п/п	Наименование
	Не предусмотрено

8.2. Перечень информационно-справочных систем,используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень используемых информационно-справочных систем представлен в таблице 11.

Таблица 11– Перечень информационно-справочных систем

№ п/п	Наименование
	Не предусмотрено

9. Материально-техническая база

Состав материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине, представлен в таблице 12.

Таблица 12 – Состав материально-технической базы

№ п/п	Наименование составной части материально-технической базы	Номер аудитории (при необходимости)
1	Лекционная аудитория	52.19; 52.17; 52.15

10. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

10.1. Состав оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине приведен в таблице 13.

Таблица 13 – Состав оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Вид промежуточной аттестации	Перечень оценочных средств
Зачет	Список вопросов; Тесты; Задачи.

10.2. В качестве критериев оценки уровня сформированности (освоения) компетенций обучающимися применяется 5-балльная шкала оценки сформированности компетенций, которая приведена в таблице 14. В течение семестра может использоваться 100-балльная шкала модульно-рейтинговой системы Университета, правила использования которой, установлены соответствующим локальным нормативным актом ГУАП.

Таблица 14 –Критерии оценки уровня сформированности компетенций

Оценка компетенции 5-балльная шкала	Характеристика сформированных компетенций
«отлично» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> <li>– обучающийся глубоко и всесторонне усвоил программный материал;</li> <li>– уверенно, логично, последовательно и грамотно его излагает;</li> <li>– опираясь на знания основной и дополнительной литературы, тесно привязывает усвоенные научные положения с практической деятельностью направления;</li> <li>– умело обосновывает и аргументирует выдвигаемые им идеи;</li> <li>– делает выводы и обобщения;</li> <li>– свободно владеет системой специализированных понятий.</li> </ul>
«хорошо» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> <li>– обучающийся твердо усвоил программный материал, грамотно и по существу излагает его, опираясь на знания основной литературы;</li> <li>– не допускает существенных неточностей;</li> <li>– увязывает усвоенные знания с практической деятельностью направления;</li> <li>– аргументирует научные положения;</li> <li>– делает выводы и обобщения;</li> <li>– владеет системой специализированных понятий.</li> </ul>
«удовлетворительно» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> <li>– обучающийся усвоил только основной программный материал, по существу излагает его, опираясь на знания только основной литературы;</li> <li>– допускает несущественные ошибки и неточности;</li> <li>– испытывает затруднения в практическом применении знаний направления;</li> <li>– слабо аргументирует научные положения;</li> <li>– затрудняется в формулировании выводов и обобщений;</li> <li>– частично владеет системой специализированных понятий.</li> </ul>
«неудовлетворительно» «не зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> <li>– обучающийся не усвоил значительной части программного материала;</li> <li>– допускает существенные ошибки и неточности при рассмотрении проблем в конкретном направлении;</li> <li>– испытывает трудности в практическом применении знаний;</li> <li>– не может аргументировать научные положения;</li> <li>– не формулирует выводов и обобщений.</li> </ul>

10.3. Типовые контрольные задания или иные материалы.

Вопросы (задачи) для экзамена представлены в таблице 15.

Таблица 15 – Вопросы (задачи) для экзамена

№ п/п	Перечень вопросов (задач) для экзамена	Код
-------	----------------------------------------	-----

		индикатора
	Учебным планом не предусмотрено	

Вопросы (задачи) для зачета / дифф. зачета представлены в таблице 16.  
Таблица 16 – Вопросы (задачи) для зачета / дифф. зачета

№ п/п	Перечень вопросов (задач) для зачета / дифф. зачета	Код индикатора
1.	Множества и действия над ними. Свойства множеств. Законы алгебры множеств.	ОПК-1.3.1
2.	Отношения и функции. Композиция бинарных отношений. Инъективные, сюръективные и биективные функции.	ОПК-1.3.1
3.	Отношения эквивалентности. Рефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность. Вид матриц, выражающих эти свойства.	ОПК-1.В.1
4.	Отношения порядка. Частичный порядок элементов множеств. Диаграммы Хассе.	ОПК-1.В.1
5.	Эквивалентные, конечные и бесконечные множества.	ОПК-1.В.1
6.	Отбор подмножеств. Число перестановок с повторениями и без повторений. Число сочетаний с повторениями и без повторений.	ОПК-1.В.1
7.	Бином Ньютона и свойства биномиальных коэффициентов.	ОПК-1.В.1
8.	Полиномиальная теорема.	ОПК-1.В.1
9.	Производящая функция. Операции в классе производящих функций. Производящие функции последовательностей: $\{C_n^0, C_n^1, \dots, C_n^n\}, \{1, a, a^2, \dots, a^k, \dots\}, \{1, 1, \dots, 1, \dots\}, \{1, C_n^1, C_{n+1}^2, \dots, C_{n+k-1}^k, \dots\}$	ОПК-1.3.1
10.	Производящая функция последовательности чисел Фибоначчи.	ОПК-1.3.1
11.	Метод рекуррентных соотношений. Вывод формулы $\tilde{C}_n^r = C_{n+r-1}^r$ .	ОПК-1.3.1
12.	Метод включений и исключений. Подсчет числа элементов объединения $n$ множеств.	ОПК-1.3.1 УК-1.В.2
13.	Формула включений и исключений для множества элементов с $k$ совместимыми свойствами.	ОПК-1.3.1 УК-1.В.2
14.	Учет весов в формуле включений и исключений.	ОПК-1.3.1 УК-1.3.3
15.	Задача о числе беспорядков. Функция Эйлера.	ОПК-1.3.1
16.	Графы, виды графов, способы их задания. Маршруты, цепи, циклы.	ОПК-1.3.1
17.	Матрицы связности, достижимости и контрдостижимости графа.	ОПК-1.3.1
18.	Метрические характеристики графа.	ОПК-1.3.1
19.	Упорядочивание дуг и вершин орграфа.	ОПК-1.3.1
20.	Выявление маршрутов с заданным количеством ребер. Метод Шимбелла.	УК-1.В.2 ОПК-1.В.1
21.	Алгоритм Дейкстры.	ОПК-1.У.1
22.	Алгоритм Беллмана – Мура.	ОПК-1.У.1
23.	Алгоритм нахождения максимального пути.	УК-2.У.3
24.	Деревья. Построение минимального остова.	УК-2.У.3
25.	Эйлеровы графы. Признак эйлеровости графа. Алгоритм Флери.	ОПК-1.У.1
26.	Гамильтоновы графы. Теорема Оре.	ОПК-1.У.1
27.	Фундаментальные циклы, матрица фундаментальных циклов.	ОПК-1.У.1
28.	Независимые множества графа. Доминирование. Оценки числа вершинной независимости и числа доминирования.	ОПК-1.У.1
29.	Клики графа. Алгоритм выделения клик в графе. Матрица клик.	ОПК-1.У.1

30.	Планарность графов. Свойство гомеоморфизма. Теорема Понтрягина-Куратовского. Число планарности.	ОПК-1.У.1
31.	Алгоритм укладки графа на плоскость.	ОПК-1.В.1
32.	Хроматические графы. Гипотеза четырех красок. Оценки хроматического числа. Алгоритм последовательной раскраски графа.	УК-2.У.3
33.	Потоки в сетях. Теорема Форда – Фалкерсона.	ОПК-1.У.1
34.	Элементы сетевого планирования. Критические пути и сроки. Ранние и поздние сроки свершения событий и работ. Резервы времени.	ОПК-1.У.1 ОПК-1.В.1
35.	Линейные графики.	ОПК-1.У.1

Перечень тем для курсового проектирования/выполнения курсовой работы представлены в таблице 17.

Таблица 17 – Перечень тем для курсового проектирования/выполнения курсовой работы

№ п/п	Примерный перечень тем для курсового проектирования/выполнения курсовой работы
	Учебным планом не предусмотрено

Вопросы для проведения промежуточной аттестации в виде тестирования представлены в таблице 18.

Таблица 18 – Примерный перечень вопросов для тестов

№ п/п	Примерный перечень вопросов для тестов	Код индикатора
1	Упорядочивание дуг и вершин орграфа.	ОПК-1.З.1
2	Деревья. Построение минимального остова.	УК-1.3.3 УК-2.У.3
3	Потоки в сетях. Теорема Форда – Фалкерсона.	ОПК-1.У.1
4	Элементы сетевого планирования. Критические пути и сроки.	ОПК-1.В.1

Перечень тем контрольных работ по дисциплине обучающихся заочной формы обучения, представлены в таблице 19.

Таблица 19 – Перечень контрольных работ

№ п/п	Перечень контрольных работ
	<ol style="list-style-type: none"> <li>1 Нахождение минимального по весу пути в ориентированной графе методом Дейкстры;</li> <li>2 Нахождение максимального по весу пути в ориентированной графе перечислительным методом;</li> <li>3 Нахождение минимального по весу пути в ориентированной графе методом Беллмана-Мура;</li> <li>4 Нахождение минимального по весу остова неориентированного графа по методу ближайшего соседа (Прима);</li> <li>5 Нахождение максимального потока в ориентированном графе;</li> <li>6 Построение и нахождение характеристик сетевого графика;</li> <li>7 Построение и нахождение характеристик линейного графика;</li> </ol>

10.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания индикаторов, характеризующих этапы формирования компетенций, содержатся в

локальных нормативных актах ГУАП, регламентирующих порядок и процедуру проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся ГУАП.

## 11. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

11.1. Методические указания для обучающихся по освоению лекционного материала

Основное назначение лекционного материала – логически стройное, системное, глубокое и ясное изложение учебного материала. Назначение современной лекции в рамках дисциплины не в том, чтобы получить всю информацию по теме, а в освоении фундаментальных проблем дисциплины, методов научного познания, новейших достижений научной мысли. В учебном процессе лекция выполняет методологическую, организационную и информационную функции. Лекция раскрывает понятийный аппарат конкретной области знания, её проблемы, дает цельное представление о дисциплине, показывает взаимосвязь с другими дисциплинами.

Планируемые результаты при освоении обучающимися лекционного материала:

- получение современных, целостных, взаимосвязанных знаний, уровень которых определяется целевой установкой к каждой конкретной теме;
- получение опыта творческой работы совместно с преподавателем;
- развитие профессионально-деловых качеств, любви к предмету и самостоятельного творческого мышления.
- появление необходимого интереса, необходимого для самостоятельной работы;
- получение знаний о современном уровне развития науки и техники и о прогнозе их развития на ближайшие годы;
- научиться методически обрабатывать материал (выделять главные мысли и положения, приходить к конкретным выводам, повторять их в различных формулировках);
- получение точного понимания всех необходимых терминов и понятий.

Лекционный материал может сопровождаться демонстрацией слайдов и использованием раздаточного материала при проведении коротких дискуссий об особенностях применения отдельных тематик по дисциплине.

Структура предоставления лекционного материала:

### **Лекция 1. Информационная лекция.**

Множество. Равенство множеств. Подмножество. Пустое множество, универсум. Диаграммы Эйлера-Венна. Булеан. Способы задания множеств. Основные операции над множествами. Алгебра множеств, её основные формулы, законы алгебры множеств. Понятие булевой алгебры. Алгебра множеств как модель булевой алгебры. Конституенты.

Декартовы произведения множеств. Бинарные отношения. Отображения множеств. Образы, прообразы, обратные отображения, виды отображений. Функции, их свойства. Бинарные отношения специального вида. Отношения порядка.

Эквивалентность и мощность множеств. Кардинальные числа, шкала кардинальных чисел. Конечные, бесконечные, счётные, бессчётные, континуальные множества, их свойства. Арифметика кардинальных чисел. Обсуждение понятия математической бесконечности на примере шкалы алефов и мировоззренческая роль этого понятия.

Выборки. Правила суммы и произведения. Перестановки, размещения, сочетания с повторениями и без повторений. Бином Ньютона, полиномиальная теорема.

Свойства биномиальных коэффициентов.

### **Лекция 2. Информационная лекция.**

Метод рекуррентных соотношений, и его использование для вывода формул, связывающих биномиальные коэффициенты. Производящие функции,

экспоненциальные производящие функции, действия над ними. Производящие функции некоторых комбинаторных последовательностей (с ограниченным и неограниченным числом повторений). Однородные и неоднородные линейные рекуррентные соотношения.

Формула включений и исключений. Вывод и обсуждение соответствующих формул. Применение принципа включений и исключений к решению некоторых комбинаторных задач.

Учёт весов в формуле включений и исключений. Функции Эйлера и Мёбиуса. Разбор и решение задач практического содержания с использованием весов в формуле включений и исключений. Функция Эйлера и порождаемый ею класс комбинаторных задач.

### **Лекция 3. Информационная лекция.**

Граф (орграф), его элементы. Виды графов (орграфов). Отношения между элементами графа (орграфа). Способы задания. Степень вершины. Изоморфизм. Связность. Маршруты в графах. Теоремы о маршрутах и циклах. Определение маршрутов, состоящих из фиксированного количества ребер. Упорядочение дуг и вершин орграфа, алгоритм Фалкерсона.

Теоремы о маршрутах и циклах (продолжение). Алгоритмы Дейкстры и Беллмана-Мура, алгоритм вычисления максимального по весу пути. Маршруты и пути (продолжение). Дерево (ордерево). Корневые, бинарные деревья. Теоремы о деревьях. Обходы графов. Эйлеровы и гамильтоновы циклы. Алгоритм Флери. Фундаментальные циклы. Матрица фундаментальных циклов. Решение экстремальных задач теории графов (экстремальные остовы). Алгоритм ближайшего соседа построения остова дерева.

Планарные и хроматические графы. Число планарности и хроматическое число и их оценки. Алгоритм укладки графа на плоскости. Раскраски графов.

### **Лекция 4. Проблемная лекция.**

Теорема о четырех красках и история её доказательства. Рассмотрение и доказательство теоремы о пяти красках.

Определения двухполюсной направленной сети, потока. Задача о максимальном потоке. Разрез. Теорема Форда-Фалкерсона.

Критические пути, работы, резервы. Резервы для событий и работ сетевого графа. Расчёт резервов по графику, ответы на вопросы задач расчётно-графической работы. Линейные графики. Планирование потребления ресурса по шагам. Обсуждение и вычисление числовых характеристик заданной сети (проекта).

11.2. Методические указания для обучающихся по участию в семинарах

*Не предусмотрено учебным планом по данной дисциплине*

11.3. Методические указания для обучающихся по прохождению практических занятий

Практическое занятие является одной из основных форм организации учебного процесса, заключающаяся в выполнении обучающимися под руководством преподавателя комплекса учебных заданий с целью усвоения научно-теоретических основ учебной дисциплины, приобретения умений и навыков, опыта творческой деятельности.

Целью практического занятия для обучающегося является привитие обучающимся умений и навыков практической деятельности по изучаемой дисциплине.

Планируемые результаты при освоении обучающимися практических занятий:

– закрепление, углубление, расширение и детализация знаний при решении конкретных задач;

– развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;



- овладение новыми методами и методиками изучения конкретной учебной дисциплины;
- выработка способности логического осмысления полученных знаний для выполнения заданий;
- обеспечение рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм обучения.

#### Требования к проведению практических занятий

Практические занятия проводятся в аудитории в форме дискуссий, решения задач, ответов на теоретические вопросы, затронутых в предыдущих лекциях и т.п. Примерный план этих занятий по дисциплине Дискретная математика может быть таким:

#### **Практические занятия № 1.**

Алгебра множеств, её основные формулы. Решение задач на доказательство тождеств и графическое представление множеств и действий с ними. Декартовы произведения множеств. Бинарные отношения. Доказательство свойств декартова произведения, бинарных отношений функций. Отношения порядка. Элементарные функции и их свойства рефлексивности (иррефлексивности), симметричности, антисимметричности, транзитивности и эквивалентности.

Конечные, бесконечные, счётные, бессчётные, континуальные множества, их свойства. Действия над кардинальными числами. Решения простейших задач на конечные, счетные и несчётные множества, их мощности и соотношения.

#### **Практические занятия № 2.**

Выборки. Правила суммы и произведения. Перестановки, размещения, сочетания с повторениями и без повторений. Решение простых перечислительных задач.

Декартовы произведения множеств. Бинарные отношения. Доказательство свойств декартова произведения, бинарных отношений функций. Отношения порядка.

Элементарные функции и их свойства рефлексивности (иррефлексивности), симметричности, антисимметричности, транзитивности и эквивалентности.

Производящие функции, экспоненциальные производящие функции, действия над ними. Производящие функции некоторых комбинаторных последовательностей.

Метод рекуррентных соотношений. Решение линейных рекуррентных уравнений с постоянными коэффициентами. Формула включений и исключений. Применение принципа включений и исключений к решению некоторых комбинаторных задач.

Формула включений и исключений. Разбор и решение задач практического содержания с использованием весов в формуле включений и исключений. Функция Эйлера и порождаемый ею класс комбинаторных задач.

#### **Практические занятия №3.**

Решение задач на способы задания графов по матрицам смежности вершин, смежности рёбер и инциденций. Нахождение маршрутов, состоящих из фиксированного количества ребер. Упорядочение дуг и вершин орграфа, алгоритм Фалкерсона. Алгоритм Дейкстры.

Задачи на вычисление максимального пути, алгоритм Беллмана-Мура, построение минимального остова графа. Эйлеровы и гамильтоновы циклы. Алгоритм Флери.

Алгоритм Прима построения остова дерева. Вычисление клик ордерова, построение матрицы клик. Вычисление числовых характеристик деревьев.

Алгоритм укладки графа на плоскости. Практический алгоритм раскраски графов.

Решение примеров по индивидуальным вариантам. Решение задач на планарные графы. Раскраски графов. Решение примеров по индивидуальным вариантам.

#### **Практическое занятие № 4.**

Числовые характеристики планарности и цветности, один из алгоритмов укладки графов. Хроматические графы. Раскраски графов. Укладка графа на плоскости.

Расчёт числовых характеристик планарности и цветности. Разбор задач расчётно-графической работы. Ответы на вопросы по РГР.

11.4. Методические указания для обучающихся по выполнению лабораторных работ

*Не предусмотрено учебным планом по данной дисциплине*

11.5. Методические указания для обучающихся по прохождению курсового проектирования/выполнения курсовой работы

*Не предусмотрено учебным планом по данной дисциплине*

11.6. Методические указания для обучающихся по прохождению самостоятельной работы

В ходе выполнения самостоятельной работы, обучающийся выполняет работу по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Для обучающихся по заочной форме обучения, самостоятельная работа может включать в себя контрольную работу.

В процессе выполнения самостоятельной работы, у обучающегося формируется целесообразное планирование рабочего времени, которое позволяет им развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, помогает получить навыки повышения профессионального уровня.

Методическими материалами, направляющими самостоятельную работу обучающихся являются:

- учебно-методический материал по дисциплине;
- методические указания по выполнению контрольных работ (для обучающихся по заочной форме обучения).

11.7. Методические указания для обучающихся по прохождению текущего контроля успеваемости.

Текущий контроль успеваемости предусматривает контроль качества знаний обучающихся, осуществляемого в течение семестра с целью оценивания хода освоения дисциплины.

Оценивание уровня учебных достижений студента осуществляется посредством текущего, рубежного и промежуточного контроля в соответствии с Положением о порядке проведения промежуточной аттестации студентов ГУАП; Положением о текущем контроле успеваемости студентов ГУАП.

Фонды оценочных средств, позволяющие оценить результаты обучения по данной дисциплине, включают в себя:

- комплект задач по разделу 1, 2 и 4 дисциплины Дискретная математика в виде 30 вариантов для практических занятий 1-5 в книге *Шапорев С.Д. Дискретная математика. С.-Пб., БХВ-Петербург, 2006*, а также в электронном виде.
- комплект задач для практической работы и образцы их выполнения для разделов 4, 5 и 10 в этом же источнике.

Отчет по практической работе представляется в рукописном или печатном виде. Защита отчета проходит в форме доклада студента по выполненной работе и ответов на вопросы преподавателя.

В случае если оформление отчета и поведение студента во время защиты соответствуют указанным требованиям, студент получает максимальное количество баллов.

Основаниями для снижения количества баллов в диапазоне от **max** до **min** являются:

- небрежное выполнение,
- низкое качество графического материала (неверный выбор масштаба чертежей, отсутствие указания единиц измерения на графиках).

Отчет не может быть принят и подлежит доработке в случае:

- отсутствия необходимых разделов,
- некорректной обработки результатов измерений,
- неверные ответы на вопросы преподавателя, раскрывающие суть лабораторной работы.

11.8. Методические указания для обучающихся по прохождению промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация обучающихся предусматривает оценивание промежуточных и окончательных результатов обучения по дисциплине. Она включает в себя:

– зачет – это форма оценки знаний, полученных обучающимся в ходе изучения учебной дисциплины в целом или промежуточная (по окончании семестра) оценка знаний обучающимся по отдельным разделам дисциплины с аттестационной оценкой «зачтено» или «не зачтено».

Промежуточный контроль успеваемости проводится в соответствии со стандартом организации ГУАП системы менеджмента качества «Положение о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов и аспирантов ГУАП, обучающихся по образовательным программам высшего образования» на основании приказа ГУАП и «О модульно-рейтинговой системе оценки качества учебной работы студентов в ГУАП».

Лист внесения изменений в рабочую программу дисциплины

Дата внесения изменений и дополнений. Подпись внесшего изменения	Содержание изменений и дополнений	Дата и № протокола заседания кафедры	Подпись зав. кафедрой