МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ"

Кафедра высокопроизводительных вычислений и дифференциальных уравнений

УТВЕРЖДАЮ
Руководитель образовательной программы

д.ф.-м.н., доц.

(должность, уч. степень, звание)

А.О. Смирнов

(инициалы, фамилия)



(подпись)
«04» марта 2026 г

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Вычислительные алгоритмы линейной алгебры»
(Наименование дисциплины)

Код направления подготовки/ специальности	01.03.02
Наименование направления подготовки/ специальности	Прикладная математика и информатика
Наименование направленности/ специализации	Прикладная математика и информатика в наукоемком производстве
Форма обучения	очная
Год приема	2024

Санкт-Петербург– 2024

Лист согласования рабочей программы дисциплины

Программу составил (а)

к.ф.-м.н.	25.02.2026	Касаткин А.А.
(должность, уч. степень, звание)	(подпись, дата)	(инициалы, фамилия)

Программа одобрена на заседании кафедры высокопроизводительных вычислений и дифференциальных уравнений

«25» февраля 2026 г, протокол № 6

Заведующий кафедрой высокопроизводительных вычислений и дифференциальных уравнений

к.ф.-м.н.	25.02.2026	Кужаев А.Ф.
(уч. степень, звание)	(подпись, дата)	(инициалы, фамилия)

Заместитель директора института ФПТИ по методической работе

доц.,к.т.н.	25.02.2026	Н.Ю. Ефремов
(должность, уч. степень, звание)	(подпись, дата)	(инициалы, фамилия)

Аннотация

Дисциплина «Вычислительные алгоритмы линейной алгебры» входит в образовательную программу высшего образования – программу бакалавриата по направлению подготовки/ специальности 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» направленности/специализации «Прикладная математика и информатика в наукоемком производстве». Дисциплина реализуется кафедрой «№ПУ1».

Дисциплина нацелена на формирование у выпускника следующих компетенций:

ПК-7 «Способен выбирать аналитические и численные методы при разработке математических моделей наукоемкой продукции и процессов ее изготовления, стандартные методы и средства проектирования»

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с вычислительными методам и алгоритмами решения задач линейной алгебры.

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, практические занятия, самостоятельная работа обучающегося.

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости, промежуточная аттестация в форме зачета (6 семестр).

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 часов.

Язык обучения по дисциплине «русский»

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

1.1. Цели преподавания дисциплины: формирование теоретических знаний в области вычислительных алгоритмов линейной алгебры и практических навыков реализации методов и алгоритмов решения систем линейных уравнений и поиска собственных значений.

1.2. Дисциплина входит в состав части, формируемой участниками образовательных отношений, образовательной программы высшего образования (далее – ОП ВО).

1.3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОП ВО.

В результате изучения дисциплины обучающийся должен обладать следующими компетенциями или их частями. Компетенции и индикаторы их достижения приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Перечень компетенций и индикаторов их достижения

Категория (группа) компетенции	Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
Профессиональные компетенции	ПК-7 Способен выбирать аналитические и численные методы при разработке математических моделей наукоемкой продукции и процессов ее изготовления, стандартные методы и средства проектирования	ПК-7.З.1 знать методы разработки математических моделей объектов автоматизации и управления ПК-7.У.1 уметь применять прикладные программные средства для анализа и синтеза моделей объектов и процессов

2. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина может базироваться на знаниях, ранее приобретенных обучающимися при изучении следующих дисциплин:

- «Математика. Аналитическая геометрия и линейная алгебра»,
- «Вычислительная математика».

3. Объем и трудоемкость дисциплины

Данные об общем объеме дисциплины, трудоемкости отдельных видов учебной работы по дисциплине (и распределение этой трудоемкости по семестрам) представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Объем и трудоемкость дисциплины

Вид учебной работы	Всего	Трудоемкость по семестрам
		№6
1	2	3
Общая трудоемкость дисциплины, ЗЕ/ (час)	3/ 108	3/ 108
Из них часов практической подготовки	17	17

Аудиторные занятия, всего час.	34	34
в том числе:		
лекции (Л), (час)	17	17
практические/семинарские занятия (ПЗ), (час)	17	17
лабораторные работы (ЛР), (час)		
курсовой проект (работа) (КП, КР), (час)		
экзамен, (час)		
Самостоятельная работа, всего (час)	74	74
***Вид промежуточной аттестации*:** зачет, дифф. зачет, экзамен (Зачет, Дифф. зач, Экз.)	Зачет,	Зачет,

4. Содержание дисциплины

4.1. Распределение трудоемкости дисциплины по разделам и видам занятий. Разделы, темы дисциплины и их трудоемкость приведены в таблице 3.

Таблица 3 – Разделы, темы дисциплины, их трудоемкость

Разделы, темы дисциплины	Лекции (час)	ПЗ (СЗ)	ЛР (час)	КП/КР (час)	СР (час)
Семестр 6					
Раздел 1. Оценка погрешности решения задач линейной алгебры и точные методы решения систем *Тема 1.1. Матричные нормы и число обусловленности* *Тема 1.2. Погрешности решения систем линейных уравнений* *Тема 1.3. Точные методы, связанные с LU-разложением матрицы* *Тема 1.4. Точные методы, связанные с QR-разложением матрицы*	*6*	*4*			*26*
Раздел 2. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений *Тема 2.1. Стационарные итерационные методы решения систем* *Тема 2.2. Вариационные и проекционные методы решения систем*	*6*	*5*			*24*
Раздел 3. Методы решения проблемы собственных значений. *Тема 3.1. Методы решения частичной проблемы собственных значений* *Тема 3.2. Методы решения полной проблемы собственных значений*	*3*	*4*			*12*
Раздел 4. Задачи, связанные с прямоугольными матрицами. *Тема 4.1. Сингулярное разложение матрицы* *Тема 4.2. Методы решения задачи наименьших квадратов*	*2*	*4*			*12*
Итого в семестре:	*17*	*17*			*74*
Итого	*17*	*17*	*0*	*0*	*74*

4.2. Содержание разделов и тем лекционных занятий.

Содержание разделов и тем лекционных занятий приведено в таблице 4.

Таблица 4 – Содержание разделов и тем лекционного цикла

Номер раздела	Название и содержание разделов и тем лекционных занятий
1	*Раздел 1. Оценка погрешности решения задач линейной алгебры и точные методы решения систем* *Тема 1.1. Матричные нормы и число обусловленности. Подчиненные и согласованные матричные нормы и их свойства. Число обусловленности и его свойства. Спектральная норма и спектральный радиус.* *Тема 1.2. Погрешности решения систем линейных уравнений. Оценка относительной погрешности решения системы линейных уравнений через относительные погрешности в матрице системы и в правой части. Понятие о регуляризации системы.* *Тема 1.3. Точные методы, связанные с LU-разложением матрицы. LU-разложение, представление метода Гаусса в виде LU разложения, способы выбора ведущего элемента. Положительно определенные матрицы и их свойства. Осуществимость LU-разложения для положительно определенных матриц. Теорема о разложении Холецкого для симметрической матрицы.* *Тема 1.4. Точные методы, связанные с QR-разложением матрицы. Матрицы элементарных вращений и ее свойства. Метод вращений решения систем линейных уравнений. Матрица отражений и ее свойства. Метод отражений решения систем линейных уравнений. Организация вычислений. Теорема о построении QR-разложения методом вращений и методом отражений. Единственность разложения. Приведение матрицы к почти треугольному виду (хессенбергова форма) ортогональным преобразованием.*
2	*Раздел 2. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений* *Тема 2.1. Стационарные итерационные методы решения систем. Сходимость ряда геометрической прогрессии матриц. необходимое и достаточное условие сходимости итерационного процесса, оценка скорости сходимости (априорная, апостериорная). Метоля Якоби, Зейделя, метод релаксации, симметричной релаксации. Представление методов указанных методов в виде предобусловленного метода простых итераций.* *Тема 2.2. Вариационные и проекционные методы решения систем.* *Связь задачи минимизации значения функционала и решения системы линейных уравнений. Формулировка методов Гаусса и Зейделя в проекционной форме. Методы покоординатного и градиентного (наискорейшего) спуска решения систем линейных уравнений, их геометрическая интерпретация. Метод минимальной невязки.* *Использование сопряженных направлений в проекционных методах. Метод сопряженных градиентов. Введение предобуславливателя на в итерационный метод на примере метода сопряжённых градиентов. Предобуславливатели Якоби, GS, SGS, SSOR. Неполная факторизация Холецкого как способ предобуславливания системы. Обзор других методов, основанных на пространствах Крылова*

3	*Раздел 3. Методы решения проблемы собственных значений.* *Тема 3.1. Методы решения частичной проблемы собственных значений.* *Влияние преобразований матрицы на её собственные значения и собственные вектора. Степенной метод решения частичной проблемы собственных значений. Метод отношений Рэлея. Метод обратных итераций. Модификации метода для построения второго по модулю собственного значения, минимального по модулю собственного значения, и собственного значения, наиболее близкого к заданному числу.* *Тема 3.2. Методы решения полной проблемы собственных значений. Метод вращений Якоби решения полной проблемы собственных значений, процедура исчерпывания. Обоснование сходимости метода вращений Якоби. Схемы QR- и LR-методов.*
4	*Раздел 4. Задачи, связанные с прямоугольными матрицами.* *Тема 4.1. Сингулярное разложение матрицы. Сингулярные числа и сингулярные базисы матрицы. Сингулярное разложение матрицы, схема построения путем двухдиагонализации.* *Тема 4.2. Методы решения задачи наименьших квадратов**.** Решение задачи наименьших квадратов для матрицы полного столбцового ранга: нормальные уравнения, QR-метод, использование SVD-разложения*

4.3. Практические (семинарские) занятия

Темы практических занятий и их трудоемкость приведены в таблице 5.

Таблица 5 – Практические занятия и их трудоемкость

№ п/п	Темы практических занятий	Формы практических занятий	Трудоемкость, (час)	Из них практической подготовки, (час)	№ раздела дисциплины
1	*Тема 1.4. Точные методы, связанные с QR-разложением матрицы: Решение СЛАУ и построение QR-разложения методом отражений*	*пошаговое решение модельных задач на ЭВМ*	*4*	*4*	*1*
2	*Тема 2.2. Вариационные и проекционные методы решения систем*	*пошаговое решение модельных задач на ЭВМ*	*5*	*5*	*2*
3	*Тема 3.1. Методы решения частичной проблемы собственных значений: определение частот колебаний мембраны произвольной формы*	*пошаговое решение модельных задач на ЭВМ*	*4*	*4*	*3*
4	*Тема 4.2. Методы решения задачи наименьших квадратов*	*пошаговое решение модельных задач на ЭВМ*	*4*	*4*	*4*
Всего			17	17	

4.4. Лабораторные занятия

Темы лабораторных занятий и их трудоемкость приведены в таблице 6.

Таблица 6 – Лабораторные занятия и их трудоемкость

№ п/п	Наименование лабораторных работ	Трудоемкость, (час)	Из них практической подготовки, (час)	№ раздела дисциплины
Учебным планом не предусмотрено				
Всего				

4.5. Выполнение курсового проекта/ курсовой работы

Учебным планом не предусмотрено

4.6. Самостоятельная работа обучающихся

Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость приведены в таблице 7.

Таблица 7 – Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость

Вид самостоятельной работы	Всего, час	Семестр 6, час
1	2	3
Изучение теоретического материала дисциплины (ТО)	38	38
Курсовое проектирование (КП, КР)		
Расчетно-графические задания (РГЗ)		
Выполнение реферата (Р)		
Подготовка к текущему контролю успеваемости (ТКУ)	24	24
Домашнее задание (ДЗ)		
Контрольные работы заочников (КРЗ)		
Подготовка к промежуточной аттестации (ПА)	12	12
Всего:	74	74

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся указаны в п.п. разделов 6-11.

6. Перечень печатных и электронных учебных изданий

Перечень печатных и электронных учебных изданий приведен в таблице 8.

Таблица 8– Перечень печатных и электронных учебных изданий

Шифр/ URL адрес	Библиографическая ссылка	Количество экземпляров в библиотеке (кроме электронных экземпляров)
URL адрес	*Наименование электронного учебного издания*	
https://e.lanbook.com/book/210368 Режим доступа: для авторизованных пользователей.	Фаддеев, Д. К. Вычислительные методы линейной алгебры : учебник / Д. К. Фаддеев, В. Н. Фаддеева. — 4-е изд.,стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022.	

https://reader.lanbook.com/book/191752 Режим доступа: для авторизованных пользователей.	Стронгина, Н. Р. Курс «Численные методы»: Итерационные методы решения СЛАУ для вычислительно-трудоемких задач (Модули 10 – 11) : учебно-методическое пособие / Н. Р. Стронгина. — Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2021.	
https://e.lanbook.com/book/405317 Режим доступа: для авторизованных пользователей.	Береславский, Э. Н. Вычислительная математика : учебное пособие / Э. Н. Береславский, Г. А. Костин, В. А. Самойлов. — Санкт-Петербург : СПБГУ ГА им. А.А. Новикова, 2023 — Часть 7 : Вычислительные методы линейной алгебры — 2023	
https://e.lanbook.com/book/212234 Режим доступа: для авторизованных пользователей.	Квасов, Б. И. Численные методы анализа и линейной алгебры. Использование Matlab и Scilab : учебное пособие / Б. И. Квасов. — Санкт-Петербург : Лань, 2022.	

7. Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

8.

Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины приведен в таблице 9.

Таблица 9 – Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

URL адрес	*Наименование*
https://pro.guap.ru/	*Элементы электронного курса по дисциплине[1] размещены внутри ЭИОС ГУАП «Интегрированная среда обучения»*
https://lms.guap.ru	*Видеокурс лекций с мультимедийными презентациями по дисциплине размещен системе дистанционного обучения ГУАП*

[1] Разработчик может перечислить конкретные элементы электронного курса, например: задания для подготовки к занятиям, методические рекомендации для самостоятельной подготовки, учебно-методические материалы по темам, мультимедийные презентации по темам, извлечения из нормативно-правовых актов и т.п.

https://lms.guap.ru	*Онлайн-курс по дисциплине размещен в системе дистанционного обучения ГУАП*

9. Перечень информационных технологий

9.1. Перечень программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.

Перечень используемого программного обеспечения представлен в таблице 10.

Таблица 10– Перечень программного обеспечения

№ п/п	Наименование
	Программные средства общего назначения
1	*Электронная информационно-образовательная среда ГУАП «Интегрированная среда обучения» (https://pro.guap.ru/) разработана сотрудниками ГУАП (введена в эксплуатацию приказом ГУАП от 06.06.2017 № 05-215/17), перечень модулей и их функциональное назначение изложены по ссылке https://guap.ru/it/system/iso*
2	*Официальный сайт образовательной организации в сети «Интернет» (https://guap.ru/), разработан сотрудниками ГУАП (введен в эксплуатацию Приказом ГУАП от 23.03.2023 № 05-145/23)*
3	*LibreOffice 5 (Лицензия LGPLv3)*
4	*Mozilla Firefox (лицензии GPL/LGPL/MPL)*
5	
	Специальные программные средства
6	*Python 3.14 (лицензии PSFL/Zero-close BSD)*
7	*Библиотеки Jupyter, Numpy, Matplotlib для Python (лицензии BSD-совсестимые)*

9.2. Перечень информационно-справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень используемых информационно-справочных систем представлен в таблице 11.

Таблица 11– Перечень информационно-справочных систем

№ п/п	*Наименование*
	Электронные библиотечные ресурсы и системы
1	*Электронный каталог библиотеки ГУАП с доступом к базе полнотекстовых изданий (https://lib.guap.ru.), доступ через личный кабинет читателя библиотеки ГУАП*
2	*Научная электронная библиотека «eLIBRARY» (https://elibrary.ru/), доступ через личный кабинет читателя библиотеки ГУАП, а также по IP -адресам ГУАП*
3	*ЭБС «Лань» (https://e.lanbook.com/), доступ через личный кабинет читателя библиотеки ГУАП, а также по IP -адресам ГУАП*

10. Материально-техническая база

Состав материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине, представлен в таблице12.

Таблица 12 – Состав материально-технической базы

№ п/п	Наименование составной части материально-технической базы	Номер аудитории (при необходимости)
1	*Мультимедийная аудитория для занятий лекционного типа, для групповых и индивидуальных консультаций, для текущего контроля и промежуточной аттестации - Обеспечен доступ в электронную информационно-образовательную среду ГУАП по локальной вычислительной сети*	*24-12 (Гастелло 15)*
2	*Учебная аудитория для практических занятий на ЭВМ, для групповых и индивидуальных консультаций, для текущего контроля и промежуточной аттестации Обеспечен доступ в электронную информационно-образовательную среду ГУАП по локальной вычислительной сети*	*24-12 (Гастелло 15)*

11. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

11.1. Состав оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине приведен в таблице 13.

Таблица 13 – Состав оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Вид промежуточной аттестации	Перечень оценочных средств
Зачет	Список вопросов; Тесты

11.2. В качестве критериев оценки уровня сформированности (освоения) компетенций обучающимися применяется 5-балльная шкала оценки сформированности компетенций, которая приведена в таблице 14. В течение семестра может использоваться 100-балльная шкала модульно-рейтинговой системы Университета, правила использования которой, установлены соответствующим локальным нормативным актом ГУАП.

Таблица 14 –Критерии оценки уровня сформированности компетенций

Оценка компетенции 5-балльная шкала	Характеристика сформированных компетенций
«отлично» «зачтено»	Обучающийся: – глубоко и всесторонне усвоил программный материал; – уверенно, логично, последовательно и грамотно его излагает; – опираясь на знания основной и дополнительной литературы, тесно связывает усвоенные научные положения с практической деятельностью направления; – умело обосновывает и аргументирует выдвигаемые им идеи; – делает выводы и обобщения; – свободно владеет системой специализированных понятий. – правильно выполнил от 90% до 100% тестовых заданий.
«хорошо» «зачтено»	Обучающийся: – твердо усвоил программный материал, грамотно и по существу излагает его, опираясь на знания основной литературы; – не допускает существенных неточностей; – увязывает усвоенные знания с практической деятельностью направления; – аргументирует научные положения; – делает выводы и обобщения; – владеет системой специализированных понятий.

Оценка компетенции 5-балльная шкала	Характеристика сформированных компетенций
	– правильно выполнил от 70% до 89% тестовых заданий.
«удовлетворительно» «зачтено»	– обучающийся усвоил только основной программный материал, по существу излагает его, опираясь на знания только основной литературы; – допускает несущественные ошибки и неточности; – испытывает затруднения в практическом применении знаний направления; – слабо аргументирует научные положения; – затрудняется в формулировании выводов и обобщений; – частично владеет системой специализированных понятий. – правильно выполнил от 51% до 69% тестовых заданий.
«неудовлетворительно» «не зачтено»	– обучающийся не усвоил значительной части программного материала; – допускает существенные ошибки и неточности при рассмотрении проблем в конкретном направлении; – испытывает трудности в практическом применении знаний; – не может аргументировать научные положения; – не формулирует выводов и обобщений. – правильно выполнил менее 51% тестовых заданий.

11.3. Типовые контрольные задания или иные материалы.

Вопросы (задачи) для экзамена представлены в таблице 15.

Таблица 15 – Вопросы (задачи) для экзамена

№ п/п	Перечень вопросов (задач) для экзамена	Код индикатора
	Учебным планом не предусмотрено	

Вопросы (задачи) для зачета / дифф. зачета представлены в таблице 16.

Таблица 16 – Вопросы (задачи) для зачета / дифф. зачета

№ п/п	Перечень вопросов (задач) для зачета / дифф. зачета	Код индикатора
1	Спектральная норма и ее свойства [корректность определения, подчинённость, унитарная инвариантность.	ПК-7.З.1
2	Спектральный радиус и его свойства.	ПК-7.З.1
3	Сходимость ряда геометрической прогрессии матриц.	ПК-7.З.1
4	Число обусловленности матрицы, его свойства. Оценка относительной погрешности решения системы линейных уравнений через невязку. Геометрическая интерпретация числа обусловленности.	ПК-7.З.1
5	Представление метода Гаусса в виде LU разложения. Условие LU разложимости матрицы. Алгоритм построения LU разложения.	ПК-7.З.1
6	Положительно определенные матрицы и их свойства. Осуществимость LU-разложения для положительно определенных матриц.	ПК-7.З.1
7	Теорема о разложении Холецкого для симметрической матрицы (R^TDR).	ПК-7.З.1

8	Матрица элементарных вращений и ее свойства.	ПК-7.З.1
9	Метод вращений решения систем линейных уравнений. Осуществимость, оценка числа операций.	ПК-7.З.1
10	Матрица отражений и ее свойства.	ПК-7.З.1
11	Метод отражений решения систем линейных уравнений. Организация вычислений.	ПК-7.З.1
12	Теорема о построении QR-разложения методом вращений и методом отражений. Единственность разложения.	ПК-7.З.1
13	Метод простой итерации решения систем линейных уравнений. Необходимое и достаточное условие сходимости итерационного процесса.	ПК-7.У.1
14	Достаточное условие сходимости простейшего итерационного процесса. Критерии остановки итерационного процесса. Оценка скорости сходимости (априорная, апостериорная).	ПК-7.У.1
15	Метод Якоби решения систем линейных уравнений, матричная форма, необходимое и достаточное условие его сходимости. Достаточность диагонального преобладания.	ПК-7.У.1
16	Метод Зейделя решения систем линейных уравнений, матричная форма, необходимое и достаточное условие его сходимости, скорость сходимости при диагональном преобладании.	ПК-7.У.1
17	Метод релаксации решения систем линейных уравнений, теорема о значении параметра релаксации. SSOR-метод решения систем линейных уравнений.	ПК-7.У.1
18	Принцип построения минимизируемого функционала в вариационных методах решения систем линейных уравнений.	ПК-7.У.1
19	Методы покоординатного и градиентного (наискорейшего) спуска решения систем линейных уравнений, их геометрическая интерпретация.	ПК-7.У.1
20	Метод сопряженных направлений решения систем линейных уравнений. Сходимость за N шагов.	ПК-7.У.1
21	Метод сопряженных градиентов решения систем линейных уравнений.	ПК-7.У.1
22	Переобусловленный метод сопряженных градиентов решения систем линейных уравнений (построение)	ПК-7.У.1
23	Переобуславливатели Якоби и SSOR. Неполная факторизация Холецкого как способ переобуславливания системы.	ПК-7.У.1
24	Степенной метод решения частичной проблемы собственных значений.	ПК-7.У.1
25	Использование степенного метода для построения второго по модулю собственного значения, минимального по модулю собственного значения, и собственного значения, наиболее близкого к заданному числу.	ПК-7.У.1
26	Метод вращений Якоби решения полной проблемы собственных значений.	ПК-7.У.1

27	Алгоритмы приведения матрицы к почти треугольному виду (схемы, основные формулы)	ПК-7.У.1
28	Сингулярные числа и сингулярные базисы матрицы. Сингулярное разложение матрицы.	ПК-7.У.1
29	Решение задачи наименьших квадратов для матрицы полного столбцового ранга: нормальные уравнения, QR-метод, использование SVD	ПК-7.У.1

Перечень тем для выполнения курсового проекта/ курсовой работы представлены в таблице 17.

Таблица 17 – Перечень тем для выполнения курсового проекта / курсовой работы

№ п/п	Примерный перечень тем для выполнения курсового проекта/ курсовой работы
	Учебным планом не предусмотрено

Вопросы для проведения промежуточной аттестации в виде тестирования представлены в таблице 18.

Таблица 18 – Пример??//ный перечень вопросов для тестов

№ п/п	Примерный перечень вопросов для тестов	Код индикатора
1	*Задание закрытого типа с выбором нескольких правильных ответов* *Инструкция: Прочитайте текст, выберите правильные ответы* Спектральная норма матрицы A с вещественными элементами… 1) $=$ спектральному радиусу некоторой матрицы 2) $=\sqrt{\text{спектрального радиуса некоторой матрицы}}$ 3) Определяется собственными значениями A 4) Определяется собственными значениями A^TA 5) Определяется собственными значениями A^2 6) $=\lambda_{max}$ для симметричных матриц	ПК-7.З.1
2	*Задание закрытого типа с выбором одного правильного ответа* *Инструкция: Прочитайте текст, выберите один правильный ответ* Как выглядит матричная норма, подчиненная векторной норме $\|x\|_1 = \Sigma_i \|x_i\|$ 7) $\max_i \Sigma_j \|a_{ij}\|$ 8) $\max_j \Sigma_i \|a_{ij}\|$ 9) $\max_{i,j} \|a_{ij}\|$ 10) $\Sigma_{ij} a_{ij}^2$ 11) $\Sigma_i \|a_{ii}\|$	ПК-7.З.1
3	*Задание открытого типа* *Инструкция: Прочитайте текст и запишите ответ. Кроме двух чисел приведите последовательность проведенных вычислений.*	ПК-7.У.1

	В каком диапазоне находятся собственные числа матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 4 & 2 & 5 \\ 7 & 5 & 3 \end{pmatrix}^2 + 3E$ (оцените через удобную для вычисления норму) $\lambda \in [$ _____ , _____ $]$	
4	*Задание закрытого типа с выбором нескольких правильных ответов* *Инструкция: Прочитайте текст, выберите правильные ответы* Число обусловленности 1) всегда не меньше 1 2) зависит от выбора матричной нормы 3) общее определение содержит λ_i 4) не меняется при умножении матрицы на произвольную	ПК-7.3.1
5	*Задание закрытого типа с выбором нескольких правильных ответов* *Инструкция: Прочитайте текст, выберите правильные ответы* Если x –вектор-столбец с единичной длиной, матрица вращения $T_{ij}(\phi)$… 1) Содержит $\sin(\phi)$ и $\cos(\phi)$ 2) имеет вид $E - 2xx^T$ с некоторым x 3) симметрична 4) ортогональна 5) имеет только собственные значения ± 1	ПК-7.3.1
6	*Задание комбинированного типа с выбором нескольких правильных ответов и обоснованием выбора* *Инструкция: Прочитайте текст, выберите правильные ответы и приведите краткое обоснование* Метод отражений для решения линейных систем общего вида… 1) Эквивалентен построению LU-разложения 2) Эквивалентен построению QR-разложения 3) Эквивалентен построению разложения Холецкого 4) Быстрее метода Гаусса 5) Без выбора главного элемента требует ненулевых угловых миноров в A	ПК-7.У.1
7	*Задание закрытого типа с выбором одного правильного ответа* *Инструкция: Прочитайте текст, выберите один правильный ответ* Разложение Холецкого в форме $A = R^T DR$ существует и единственно, если выполнены: 1) A-любая матрица 2) A-симметрическая 3) A-симметрическая, $(Ax, x) > 0$ при $x \neq 0$ 4) A-любая матрица с ненулевыми угловыми минорами 5) A-симметрическая с ненулевыми угловыми минорами	ПК-7.3.1

8	*Задание закрытого типа с выбором одного правильного ответа* *Инструкция: Прочитайте текст, выберите один правильный ответ* Если матрица A не обязательно симметрическая и вещественная, существует представление 1) $A = S^T BS,\ S^T = S^{-1}$, B состоит из жордановых клеток 2) $A = S^{-1}BS$, B состоит из жордановых клеток 3) $A = S^T DS,\ S^T = S^{-1}$, D диагональная 4) $A = S^{-1}DS$, D диагональная	ПК-7.3.1
9	*Задание комбинированного типа с выбором нескольких правильных ответов и обоснованием выбора* *Инструкция: Прочитайте текст, выберите правильные ответы и приведите краткое обоснование* Метод простых итераций для системы $x = Rx + c$ 1) Сходится при $\lvert\lambda(R)\rvert < 1$ и любом начальном приближении 2) Сходится при $\lvert\lambda(E - R)\rvert < 1$ и любом начальном приближении 3) Сходится тем быстрее, чем ближе норма R к 1 4) Сходится тем быстрее, чем ближе число обусловленности R к единице	ПК-7.У.1
10	*Задание закрытого типа с выбором одного правильного ответа* *Инструкция: Прочитайте текст, выберите один правильный ответ* Матрица R метода простых итераций для $A = L + D + U$ имеет вид $R = (D + \omega L)^{-1}\big((1 - \omega)D - \omega U\big)$ для метода 1) Якоби 2) SOR 3) GS 4) SSOR 5) SGS	ПК-7.3.1
11	*Задание комбинированного типа с выбором нескольких правильных ответов и обоснованием выбора* *Инструкция: Прочитайте текст, выберите правильные ответы и приведите краткое обоснование* Для метода минимальной невязки … 1) Направлением является градиент функционала $F(x) = (Ax, x) - 2(b, x)$ 2) Величина смещения α выбирается из условия минимизации $F(x^{k+1})$ 3) На следующем шаге невязка x_{k+1} ортогонален Ar^k. 4) Невязка следующего приближения иногда может вырасти даже в отсутствии ошибок округления	ПК-7.У.1
12	*Задание открытого типа* *Инструкция: Прочитайте текст и запишите ответ. Кроме выражения в скобках приведите краткое обоснование.*	ПК-7.У.1

	Если нужно найти максимальное (не по модулю) собственное значение симметричной матрицы с оценкой $-20 < \lambda < 5$, можно применить итерационный процесс $x_{k+1} = (_____)x_k$	
13	*Задание комбинированного типа с выбором нескольких правильных ответов и обоснованием выбора* *Инструкция: Прочитайте текст, выберите правильные ответы и приведите краткое обоснование* Какие предобуславливатели могут **подойти** для метода сопряженных градиентов (чтобы условия сходимости метода не нарушались) 1) Гаусса-Зейделя 2) SGS 3) Якоби 4) Неполное разложение Холецкого	ПК-7.У.1
14	*Задание открытого типа* *Инструкция: Прочитайте текст и запишите ответ.* Сопряженными направлениями называются вектора p_i, такие что _____	ПК-7.З.1
15	*Задание комбинированного типа с выбором нескольких правильных ответов и обоснованием выбора* *Инструкция: Прочитайте текст, выберите правильные ответы и приведите краткое обоснование* Что можно сделать с матрицей с сохранением собственных чисел с нулевой погрешностью за конечное число шагов? 1) Приведение к симм. матрицы к диагональному виду 2) Приведение к симм. матрицы к трехдиагональному виду 3) Приведение матрицы к почти треугольному виду 4) Приведение матрицы к треугольному виду	ПК-7.У.1

Перечень тем контрольных работ по дисциплине обучающихся заочной формы обучения, представлены в таблице 19.

Таблица 19 – Перечень контрольных работ

№ п/п	Перечень контрольных работ
	Не предусмотрено

11.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания индикаторов, характеризующих этапы формирования компетенций, содержатся в локальных нормативных актах ГУАП, регламентирующих порядок и процедуру проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся ГУАП.

12. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

12.1. Методические указания для обучающихся по освоению лекционного материала.

Основное назначение лекционного материала – логически стройное, системное, глубокое и ясное изложение учебного материала. Назначение современной лекции в рамках дисциплины не в том, чтобы получить всю информацию по теме, а в освоении фундаментальных проблем дисциплины, методов научного познания, новейших достижений научной мысли. В учебном процессе лекция выполняет методологическую, организационную и информационную функции. Лекция раскрывает понятийный аппарат конкретной области знания, её проблемы, дает цельное представление о дисциплине, показывает взаимосвязь с другими дисциплинами.

Планируемые результаты при освоении обучающимися лекционного материала:

– получение современных, целостных, взаимосвязанных знаний, уровень которых определяется целевой установкой к каждой конкретной теме;

– получение опыта творческой работы совместно с преподавателем;

– развитие профессионально-деловых качеств, любви к предмету и самостоятельного творческого мышления.

– появление необходимого интереса, необходимого для самостоятельной работы;

– получение знаний о современном уровне развития науки и техники и о прогнозе их развития на ближайшие годы;

– научиться методически обрабатывать материал (выделять главные мысли и положения, приходить к конкретным выводам, повторять их в различных формулировках);

– получение точного понимания всех необходимых терминов и понятий.

Лекционный материал может сопровождаться демонстрацией слайдов и использованием раздаточного материала при проведении коротких дискуссий об особенностях применения отдельных тематик по дисциплине.

Структура предоставления лекционного материала:

- Определения математических терминов.
- Формулировка теоремы.
- Доказательство теоремы.
- Иллюстрирующие примеры.

12.2. Методические указания для обучающихся по прохождению практических занятий

Практическое занятие является одной из основных форм организации учебного процесса, заключающаяся в выполнении обучающимися под руководством преподавателя

комплекса учебных заданий с целью усвоения научно-теоретических основ учебной дисциплины, приобретения умений и навыков, опыта творческой деятельности.

Целью практического занятия для обучающегося является привитие обучающимся умений и навыков практической деятельности по изучаемой дисциплине.

Планируемые результаты при освоении обучающимся практических занятий:

– закрепление, углубление, расширение и детализация знаний при решении конкретных задач;

– развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;

– овладение новыми методами и методиками изучения конкретной учебной дисциплины;

– выработка способности логического осмысления полученных знаний для выполнения заданий;

– обеспечение рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм обучения.

Требования к проведению практических занятий

Практические занятия проводятся за персональными компьютерами в дисплейных классах и состоят из пошагового выполнения поставленных преподавателем задач с использованием языка Python и библиотек Numpy, Scipy с проверкой корректности получаемых результатов.

12.3. Методические указания для обучающихся по прохождению самостоятельной работы

В ходе выполнения самостоятельной работы, обучающийся выполняет работу по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

В процессе выполнения самостоятельной работы у обучающегося формируется целесообразное планирование рабочего времени, которое позволяет ему развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, помогает получить навыки повышения профессионального уровня.

Методическими материалами, направляющими самостоятельную работу обучающихсяявляются:

– учебно-методический материал по дисциплине;

– методические указания по выполнению контрольных работ (для обучающихся по заочной форме обучения).

12.4. Методические указания для обучающихся по прохождению текущего контроля успеваемости.

Текущий контроль успеваемости предусматривает контроль качества знаний обучающихся, осуществляемого в течение семестра с целью оценивания хода освоения дисциплины.

Текущий контроль успеваемости проводится путем учета ответов на вопросы по выполненному практическому занятию. Студенты должны понимать смысл выполняемых действий, уметь реализовывать необходимые шаги алгоритма, обосновывать применимость проверяемых методов к данным системам или матрицам и оценивать качество получаемых численных результатов.

12.5. Методические указания для обучающихся по прохождению промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация обучающихся предусматривает оценивание промежуточных и окончательных результатов обучения по дисциплине. Она включает в себя:

– зачет – это форма оценки знаний, полученных обучающимся в ходе изучения учебной дисциплины в целом или промежуточная (по окончании семестра) оценка знаний обучающимся по отдельным разделам дисциплины с аттестационной оценкой «зачтено» или «не зачтено».

Лист внесения изменений в рабочую программу дисциплины

Дата внесения изменений и дополнений. Подпись внесшего изменения	Содержание изменений и дополнений	Дата и № протокола заседания кафедры	Подпись зав. кафедрой