

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
"САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ"

Кафедра № 14

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель образовательной программы

к.т.н., доц.
(должность, уч. степень, звание)

В.Л. Оленев
(инициалы, фамилия)

(подпись)
«19» февраля 2025 г

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Дискретная математика»
(Наименование дисциплины)

Код направления подготовки/ специальности	09.03.01
Наименование направления подготовки/ специальности	Информатика и вычислительная техника
Наименование направленности	Программные системы анализа, обработки и передачи данных
Форма обучения	очная
Год приема	2025

Лист согласования рабочей программы дисциплины

Программу составил (а)

доц., к.ф.-м.н.
(должность, уч. степень, звание)

(подпись, дата)

Д.И. Сикерина
(инициалы, фамилия)

Программа одобрена на заседании кафедры № 14

«19» февраля 2025 г, протокол № 6

Заведующий кафедрой № 14

к.т.н., доц.
(уч. степень, звание)

(подпись, дата)

В.Л. Оленев
(инициалы, фамилия)

Заместитель директора института №1 по методической работе

доц., к.т.н.
(должность, уч. степень, звание)

(подпись, дата)

В.Е. Таратун
(инициалы, фамилия)

Аннотация

Дисциплина «Дискретная математика» входит в образовательную программу высшего образования – программу бакалавриата по направлению подготовки/специальности 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» направленности «Программные системы анализа, обработки и передачи данных». Дисциплина реализуется кафедрой №14.

Дисциплина нацелена на формирование у выпускника следующих компетенций:

УК-1 «Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач»

УК-2 «Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений»

ПК-2 «Способен осуществлять концептуальное, функциональное и логическое проектирование систем среднего и крупного масштаба и сложности»

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных теорией множеств, комбинаторикой, теорией графов, теорией чисел, основами теории полей Галуа и теории кодирования.

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, семинары, самостоятельная работа студента, консультации.

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости, промежуточная аттестация в форме зачета.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 часов.

Язык обучения по дисциплине «русский»

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

1.1. Цели преподавания дисциплины

Целью преподавания дисциплины является формирование математической и логической культуры студента, фундаментальная подготовка по разделам дискретной математики, овладение современным математическим аппаратом, привитие навыков современных видов математического мышления. Изучение методов решения типовых задач дискретной математики существенно обогатит навыки применения методов дискретной математики при решении инженерных задач.

1.2. Дисциплина входит в состав части, формируемой участниками образовательных отношений, образовательной программы высшего образования (далее – ОП ВО).

1.3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОП ВО.

В результате изучения дисциплины обучающийся должен обладать следующими компетенциями или их частями. Компетенции и индикаторы их достижения приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Перечень компетенций и индикаторов их достижения

Категория (группа) компетенции	Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
Универсальные компетенции	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.3.2 знать методики системного подхода для решения поставленных задач УК-1.В.2 владеть навыками системного подхода для решения поставленных задач
Универсальные компетенции	УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.У.3 уметь выдвигать альтернативные варианты действий с целью выбора оптимальных способов решения задач, в том числе с помощью цифровых средств
Профессиональные компетенции	ПК-2 Способен осуществлять концептуальное, функциональное и логическое проектирование систем среднего и крупного масштаба и сложности	ПК-2.3.1 знать методы концептуального, функционального и логического проектирования, принципы разработки технико-экономических характеристик вариантов концептуальной архитектуры ПК-2.У.1 уметь разрабатывать технико-экономическое обоснование, определять ключевые свойства системы, определять ограничения системы, варианты концептуальной архитектуры системы

		ПК-2.В.1 владеть навыками определения ключевых свойств и ограничений системы, навыками определения вариантов концептуальной архитектуры системы, навыками описания технико-экономического обоснования
--	--	---

2. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина может базироваться на знаниях, ранее приобретенных обучающимися при изучении следующих дисциплин:

- Аналитическая геометрия и линейная алгебра
- Математический анализ

Знания, полученные при изучении материала данной дисциплины, имеют как самостоятельное значение, так и могут использоваться при изучении других дисциплин:

- Защита информации
- При написании квалификационной работы бакалавра

3. Объем и трудоемкость дисциплины

Данные об общем объеме дисциплины, трудоемкости отдельных видов учебной работы по дисциплине (и распределение этой трудоемкости по семестрам) представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Объем и трудоемкость дисциплины

Вид учебной работы	Всего	Трудоемкость по семестрам
		№2
1	2	3
Общая трудоемкость дисциплины, ЗЕ/ (час)	3/ 108	3/ 108
Из них часов практической подготовки	5	5
Аудиторные занятия, всего час.	51	51
в том числе:		
лекции (Л), (час)	34	34
практические/семинарские занятия (ПЗ), (час)	17	17
лабораторные работы (ЛР), (час)		
курсовой проект (работа) (КП, КР), (час)		
экзамен, (час)		
Самостоятельная работа, всего (час)	57	57
Вид промежуточной аттестации: зачет, дифф. зачет, экзамен (Зачет, Дифф. зач, Экз.**)	Зачет	Зачет

Примечание: ** кандидатский экзамен

4. Содержание дисциплины

4.1. Распределение трудоемкости дисциплины по разделам и видам занятий.

Разделы, темы дисциплины и их трудоемкость приведены в таблице 3.

Таблица 3 – Разделы, темы дисциплины, их трудоемкость

Разделы, темы дисциплины	Лекции (час)	ПЗ (СЗ) (час)	ЛР (час)	КП (час)	СРС (час)
Семестр 2					
Раздел 1. Комбинаторика	6	3			7

Раздел 2. Теория графов	14	7			10
Раздел 3. Теория чисел	6	3			20
Раздел 4. Основы теории полей Галуа	8	4			20
Итого в семестре:	34	17			57
Итого	34	17	0	0	57

Практическая подготовка заключается в непосредственном выполнении обучающимися определенных трудовых функций, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

4.2. Содержание разделов и тем лекционных занятий.

Содержание разделов и тем лекционных занятий приведено в таблице 4.

Таблица 4 – Содержание разделов и тем лекционного цикла

Номер раздела	Название и содержание разделов и тем лекционных занятий
1	Комбинаторика Перестановки и сочетания. Метод математической индукции. Принцип включения и исключения. Производящие функции.
2	Теория графов Основные понятия теории графов (граф, степень вершины, путь, цикл, связный граф, полный граф, двудольный граф, изоморфизм графов). Орграфы. Матрицы инцидентности и смежности. Деревья. Планарные графы. Раскраска графов. Пути и циклы Эйлера и Гамильтона.
3	Теория чисел Основные понятия теории чисел (деление с остатком, НОД, взаимно простые числа, НОК, простые и составные числа). Алгоритм Евклида. Линейные диофантовы уравнения. Расширенный алгоритм Евклида. Сравнения. Система вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма. Сравнения 1-й степени с одним неизвестным.
4	Основы теории полей Галуа Основные понятия теории конечных полей (поле, порядок, характеристика). Строение конечных полей. Минимальные многочлены и их свойства. Существование и единственность поля $GF(p^m)$. Теория Галуа как основа алгебраической и комбинаторной теории кодирования.

4.3. Практические (семинарские) занятия

Темы практических занятий и их трудоемкость приведены в таблице 5.

Таблица 5 – Практические занятия и их трудоемкость

№ п/п	Темы практических занятий	Формы практических занятий	Трудоемкость, (час)	Из них практической подготовки, (час)	№ раздела дисциплины
Семестр 2					
	Перестановки и сочетания.	Решение задач.	1	1	
	Метод математической индукции.	Решение задач.	1	1	

	Принцип включения и исключения.	Решение задач.	1	1	
	Производящие функции.	Решение задач.	1	1	
	Построение графов (орграфов) с различными условиями.	Решение задач.	1	2	
	Деревья.	Решение задач.	1	2	
	Матрицы инцидентности и смежности.	Решение задач.	1	2	
	Планарные графы.	Решение задач.	1	2	
	Раскраска графов.	Решение задач.	1	2	
	Эйлеровы и гамильтоновы циклы	Решение задач.	1	2	
	НОК и НОД. Алгоритм Евклида. Линейные диофантовы уравнения.	Решение задач.	1	3	
	Расширенный алгоритм Евклида. Система вычетов.	Решение задач.	1	3	
	Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма.	Решение задач.	1	3	
	Решение сравнений 1-й степени с одним неизвестным	Решение задач.	1	3	
	Неприводимые многочлены	Решение задач.	1	4	
	Построение конечных полей	Решение задач.	2	4	
Всего			17		

4.4. Лабораторные занятия

Темы лабораторных занятий и их трудоемкость приведены в таблице 6.

Таблица 6 – Лабораторные занятия и их трудоемкость

№ п/п	Наименование лабораторных работ	Трудоемкость, (час)	Из них практической подготовки, (час)	№ раздела дисциплины
Учебным планом не предусмотрено				
Всего				

4.5. Курсовое проектирование/ выполнение курсовой работы

Учебным планом не предусмотрено

4.6. Самостоятельная работа обучающихся

Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость приведены в таблице 7

Таблица 7 – Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость

Вид самостоятельной работы	Всего, час	Семестр 2, час
1	2	3
Изучение теоретического материала дисциплины (ТО)	20	20
Курсовое проектирование (КП, КР)		
Расчетно-графические задания (РГЗ)		
Выполнение реферата (Р)		
Подготовка к текущему контролю успеваемости (ТКУ)	10	10
Домашнее задание (ДЗ)	20	20
Контрольные работы заочников (КРЗ)		
Подготовка к промежуточной аттестации (ПА)	7	7
Всего:	57	57

5. Перечень учебно-методического обеспечения

для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся указаны в п.п. 7-11.

6. Перечень печатных и электронных учебных изданий

Перечень печатных и электронных учебных изданий приведен в таблице 8.

Таблица 8– Перечень печатных и электронных учебных изданий

Шифр/ URL адрес	Библиографическая ссылка	Количество экземпляров в библиотеке (кроме электронных экземпляров)
519.1/2 А65	Андерсон, Джеймс А. Дискретная математика и комбинаторика [Текст] = Discrete mathematics with combinatorics : [Учебник] / Дж. А. Андерсон; Пер. М. М. Белова, Ред. С. С. Шкильняк, М. Р. Саит-Аметов. - М. и др. : Вильямс, 2004. - 960 с. : рис. - Библиогр.: с. 850 - 855 (118 назв.). - Предм.-имен. указ.: с. 942 - 953. - ISBN 5-8459-0498-6. - ISBN 0-13-086998-8 (англ.) .	10
519.1/2 Г12	Гаврилов, Гавриил Петрович. Сборник задач по дискретной математике [Текст] : учебное пособие / Г. П. Гаврилов, А. А. Сапоженко. - М. : Наука : Физматлит, 1977. - 368 с.	2
519.6/8 Д 48	Дискретная математика. Основные понятия теории чисел [Текст] : методические указания / С.-Петерб. гос. ун-т аэрокосм. приборостроения ; сост. С.	78

	В. Федоренко. - СПб. : Изд-во ГУАП, 2011. - 16 с. - Б. ц.	
519.6./8 Д 48	Дискретная математика. Дополнительные главы теории чисел [Текст] : методические указания / С.-Петербург. гос. ун-т аэрокосм. приборостроения ; сост. С. В. Федоренко. - СПб. : Изд-во ГУАП, 2011. - 15 с. - Б. ц.	78
519.6./8 Д 48	Дискретная математика. Задачи и контрольные работы по теории чисел [Текст] : методические указания / С.-Петербург. гос. ун-т аэрокосм. приборостроения ; сост. С. В. Федоренко. - СПб. : Изд-во ГУАП, 2011. - 19 с.	78
621.391 М15	Мак-Вильямс, Ф. Дж. Теория кодов, исправляющих ошибки [Текст] = The theory of error correcting codes : монография / Ф. Дж. Мак-Вильямс, Н. Дж. А. Слоэн; Пер. с англ. Бассальго и др. - М. : Связь, 1979. - 743 с. : рис. - Библиогр.: с. 674 - 733 . -Предм. указ.: с. 734 - 739.	28
519.1./2 Е26	Евстигнеев, В. А. Применение теории графов в программировании [Текст] : монография / В. А. Евстигнеев; Ред. А. П. Ершов. - М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1985. - 352 с. : рис. - (Библиотека программиста). - Библиогр.: с. 342 - 349 (163 назв.). - Предм. указ.: с. 350 - 352.	3
51 В49	Виноградов, И. М. Основы теории чисел [Текст] : учебник / И. М. Виноградов. - 6-е изд., испр. - М. : Гостехиздат, 1952. - 180 с.	5
51 Б94	Бухштаб, А. А. Теория чисел [Текст] : учеб. пособие для физ.-мат. фак. пед. ин-тов / А. А. Бухштаб. - 2-е изд., испр. - М. : Просвещение, 1966. - 384 с. : граф. - Б. ц.	1

7. Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины приведен в таблице 9.

Таблица 9 – Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

URL адрес	Наименование
Intuit.ru	Дискретная математика. Основы дискретной математики.

8. Перечень информационных технологий

8.1. Перечень программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.

Перечень используемого программного обеспечения представлен в таблице 10.

Таблица 10– Перечень программного обеспечения

№ п/п	Наименование
	Не предусмотрено

8.2. Перечень информационно-справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень используемых информационно-справочных систем представлен в таблице 11.

Таблица 11– Перечень информационно-справочных систем

№ п/п	Наименование
	Не предусмотрено

9. Материально-техническая база

Состав материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине, представлен в таблице 12.

Таблица 12 – Состав материально-технической базы

№ п/п	Наименование составной части материально-технической базы	Номер аудитории (при необходимости)
1	Лекционная аудитория	

10. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

10.1. Состав оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине приведен в таблице 13.

Таблица 13 – Состав оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Вид промежуточной аттестации	Перечень оценочных средств
Зачет	Список вопросов; Задачи Тесты

10.2. В качестве критериев оценки уровня сформированности (освоения) компетенций обучающимися применяется 5-балльная шкала оценки сформированности компетенций, которая приведена в таблице 14. В течение семестра может использоваться 100-балльная шкала модульно-рейтинговой системы Университета, правила использования которой, установлены соответствующим локальным нормативным актом ГУАП.

Таблица 14 –Критерии оценки уровня сформированности компетенций

Оценка компетенции	Характеристика сформированных компетенций
5-балльная шкала	
«отлично» «зачтено»	– обучающийся глубоко и всесторонне усвоил программный материал; – уверенно, логично, последовательно и грамотно его излагает; – опираясь на знания основной и дополнительной литературы, тесно привязывает усвоенные научные положения с практической деятельностью направления; – умело обосновывает и аргументирует выдвигаемые им идеи; – делает выводы и обобщения; – свободно владеет системой специализированных понятий.
«хорошо» «зачтено»	– обучающийся твердо усвоил программный материал, грамотно и по существу излагает его, опираясь на знания основной литературы; – не допускает существенных неточностей; – увязывает усвоенные знания с практической деятельностью

Оценка компетенции 5-балльная шкала	Характеристика сформированных компетенций
	направления; – аргументирует научные положения; – делает выводы и обобщения; – владеет системой специализированных понятий.
«удовлетворительно» «зачтено»	– обучающийся усвоил только основной программный материал, по существу излагает его, опираясь на знания только основной литературы; – допускает несущественные ошибки и неточности; – испытывает затруднения в практическом применении знаний направления; – слабо аргументирует научные положения; – затрудняется в формулировании выводов и обобщений; – частично владеет системой специализированных понятий.
«неудовлетворительно» «не зачтено»	– обучающийся не усвоил значительной части программного материала; – допускает существенные ошибки и неточности при рассмотрении проблем в конкретном направлении; – испытывает трудности в практическом применении знаний; – не может аргументировать научные положения; – не формулирует выводов и обобщений.

10.3. Типовые контрольные задания или иные материалы.

Вопросы (задачи) для экзамена представлены в таблице 15.

Таблица 15 – Вопросы (задачи) для экзамена

№ п/п	Перечень вопросов (задач) для экзамена	Код индикатора
	Учебным планом не предусмотрено	

Вопросы (задачи) для зачета / дифф. зачета представлены в таблице 16.

Таблица 16 – Вопросы (задачи) для зачета / дифф. зачета

№ п/п	Перечень вопросов (задач) для зачета / дифф. зачета	Код индикатора
вопросы		
1	Перестановки. Сочетания. Факториал. Биномиальные и полиномиальные коэффициенты. Правило суммы, правило произведения.	УК-1.3.2 УК-2.У.3 ПК-2.3.1 ПК-2.У.1
2	Число перестановок без повторений. Число сочетаний без повторений.	
3	Число перестановок с повторениями. Число сочетаний с повторениями.	
4	Обобщенные перестановки и сочетания. Теорема о количестве различных размещений элементов множества, содержащего объекты k различных типов.	
5	Метод математической индукции. Примеры.	
6	Принцип включений-исключений. Доказательство формулы включений-исключений.	
7	Круги Эйлера. Диаграммы Венна.	
8	Задача о беспорядках. Принцип включений-исключений для конечного числа конечных множеств.	
9	Производящая функция. Сумма, произведение, подстановка производящих функций. Теорема об обратной	

	функции.	
10	Теорема о производящей функции последовательности, задаваемой линейным рекуррентным соотношением. Дифференцирование и интегрирование производящих функций.	
11	Производящая функция. Производящая функция последовательности Фибоначчи.	
12	Обыкновенный граф, мультиграф, псевдограф. Подграфы. Изоморфные графы. Степень вершины. Теоремы о степенях вершин графа.	
13	Маршрут, путь, простой путь, цикл, простой цикл в графе. Теорема о существовании простого пути в графе. Связный граф. Компоненты. Полный граф. Двудольный граф. Примеры.	
14	Ориентированные графы. Связь ориентированных графов и бинарных отношений. Ориентированный подграф. Полустепени входа и выхода вершины. Изоморфные орграфы. Путь в орграфе. Соотнесенный граф орграфа. Связные, сильно-связные, односторонне-связные графы. Примеры.	
15	Матрица инцидентности графа. Свойства строк и столбцов матрицы инцидентности. Матрица инцидентности для графа с петлями. Восстановление графа с помощью матрицы инцидентности. Примеры.	
16	Булево произведение матриц. Матрица смежности графа. Применение матрицы смежности для нахождения путей фиксированной длины. Примеры.	
17	Теоремы о существовании пути длины k в графе, о связности графа.	
18	Алгоритмы Уоршола как эффективный способ вычисления матрицы $\hat{A}$. Пример нахождения путей фиксированной длины.	
19	Деревья - основные понятия. Теоремы о существовании и единственности пути для произвольных 2 вершин дерева. Второе определение понятия дерева.	
20	Корневое дерево. Уровень вершины, высота дерева. Бинарное дерево. Теоремы о необходимом и достаточном соотношении для числа ребер и вершин в произвольном дереве. Остовное дерево графа.	
21	Планарные графы. Грани планарного графа. Теорема (формула Эйлера).	
22	Планарный граф. Граф "три дома - три колодца". Теорема (граф $K_{3,3}$ не является планарным).	
23	Планарный граф. Полный 5-вершинный граф. Теорема (граф K_5 не является планарным).	
24	Планарный граф. Расширение графа, производный граф, гомеоморфные графы. Теорема о существовании в планарном графе вершины степени 5 или менее. Теорема Понтрягина-Куратовского (без доказательства). Пример - граф Петерсена.	

25	Правильная раскраска вершин графа. Проблема четырех красок. Хроматический многочлен графа, хроматическое число графа. Хроматический многочлен и хроматическое число графа K_n . Теорема о раскраске несвязного n -компонентного графа.	
26	Правильная раскраска вершин графа. Специальные графы $G_{\mathbb{F}_2}$ и $G_{\mathbb{F}_3}$. Теорема о связи характеристических многочленов графов G , $G_{\mathbb{F}_2}$ и $G_{\mathbb{F}_3}$.	
27	Правильная раскраска вершин графа. Специальные графы $G_{\mathbb{F}_2}$ и $G_{\mathbb{F}_3}$. Теорема о степени характеристического многочлена произвольного планарного графа с n вершинами.	
28	Правильная раскраска вершин графа. Специальные графы $G_{\mathbb{F}_2}$ и $G_{\mathbb{F}_3}$. Использование равенства $C_{G_{\mathbb{F}_2}}(\lambda) = C_G(\lambda) + C_{G_{\mathbb{F}_3}}(\lambda)$ на примере (два способа).	
29	Правильная раскраска вершин графа. Теорема (любую плоскую карту можно раскрасить в 5 цветов).	
30	Эйлеров цикл. Теорема о необходимом и достаточном условии существования эйлерова цикла в произвольном графе. Пример - задача о кенигсбергских мостах.	
31	Эйлеров путь. Собственный эйлеров путь. Теорема о необходимом и достаточном условии существования эйлерова пути в произвольном графе. Примеры.	
32	Ориентированный граф. Эйлеров цикл в орграфе. Теорема о необходимом и достаточном условии существования эйлерова цикла в орграфе. Примеры.	
33	Гамильтонов цикл. Гамильтонов путь. Теоремы о необходимом условии существования гамильтонова цикла в графе. Пример - гамильтонов цикл в графе K_n .	
34	Теорема о достаточном условии существования гамильтонова цикла в графе.	
35	Теорема о существовании гамильтонова цикла в графе $G^e = G \cup e$.	
36	Замыкание графа G , корректность определения замыкания. Теорема о существовании гамильтонова цикла в графе $cl(G)$.	
37	НОД. Взаимно простые числа. Алгоритм Евклида.	
38	НОК. Теорема о связи НОК и НОД.	
39	Линейные диофантовы уравнения с двумя неизвестными и расширенный алгоритм Евклида.	
40	Сравнения. Свойства сравнений.	
41	Полная система вычетов.	
42	Функция Эйлера.	
43	Теоремы Эйлера и Ферма. Сравнения 1-й степени с одним неизвестным.	
44	Поле. Порядок поля. Характеристика поля. Конечные и бесконечные поля. Теорема о соотношении порядка поля и его характеристики.	

45	Порядок произвольного элемента конечного поля $GF(p^m)$. Теорема (основное отличительное свойство конечных полей). Мультипликативная группа поля $GF(p^m)$. Теорема Ферма.	
46	Порядок произвольного элемента конечного поля $GF(p^m)$. Прimitивный элемент. Теорема о существовании примитивного элемента в произвольном конечном поле.	
47	Неприводимые над полем многочлены. Идеал кольца. Теорема об идеале кольца. Фактор-кольцо $F[x] / (s(x))$. Теорема о фактор-кольце многочленов. Неприводимость многочлена $f(x) = x^4 + x^3 + 1$ над полем $GF(2)$.	
48	Примитивный многочлен. Минимальный многочлен элемента поля. Свойства (M1) - (M3) минимальных многочленов.	
49	Минимальный многочлен элемента поля. Свойства (M4) - (M5) минимальных многочленов.	
50	Изоморфизм полей. Теорема об изоморфизме конечных полей порядка p^m . Единственность поля $GF(p^m)$. Пример изоморфизма полей.	
51	Теорема о существовании конечного поля $GF(p^m)$.	
52	Циклотомические классы по модулю $(p^m - 1)$. Свойства (M6) - (M7) минимальных многочленов. Теоремы о многочленах $x^{p^m-1} - 1$ и $x^{p^m} - x$. Пример - поиск всех неприводимых и минимальных многочленов элементов над $GF(2^4)$.	
Задачи		
1	Найти количество объектов, удовлетворяющих заданным условиям.	УК-1.В.2 ПК-2.В.1
2	Доказать соотношение для производящих функций двух последовательностей, если задано соотношение на элементы данных последовательностей.	
3	Построить неизоморфные графы с заданным количеством вершин и ребер, удовлетворяющие некоторым дополнительным условиям (не содержащие подграфы, гомеоморфные $K_{2,2}$ и K_3 ; состоящие из k компонент; имеющие эйлеров, но не имеющие гамильтонова цикла).	
4	Раскрасить “правильно” заданный граф.	
5	Найти хроматический многочлен, хроматическое число и хроматический индекс заданного графа.	
6	Найти НОК заданной системы чисел.	
7	Найти функцию Эйлера для заданного числа.	
8	Доказать, что приведенные числа составляют полную систему вычетов по некоторому заданному модулю.	
9	Решить сравнение.	
10	Определить, является ли заданный многочлен неприводимым над полем Галуа заданного порядка.	
11	Построить конечное поле заданного порядка с помощью неприводимого многочлена.	

Перечень тем для курсового проектирования/выполнения курсовой работы представлены в таблице 17.

Таблица 17 – Перечень тем для курсового проектирования/выполнения курсовой работы

№ п/п	Примерный перечень тем для курсового проектирования/выполнения курсовой работы
	Учебным планом не предусмотрено

Вопросы для проведения промежуточной аттестации в виде тестирования представлены в таблице 18.

Таблица 18 – Примерный перечень вопросов для тестов

№ п/п	Перечень вопросов (задач) для тестов	Код индикатора								
1.	Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа. Биномиальным коэффициентом C_n^r называется величина, равная: а) $n!/(n-r)!$ б) $(n + r - 1)!/(r! (n - 1)!)$ в) $n!/(r!(n-r)!)$ г) n^r	УК-1.3.1								
2.	Прочитайте текст, выберите правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов. Для правила суммы при подсчете числа различных комбинаций выборок 2 объектов верно: а) количество объектов ≤ 3 б) объекты никогда не могут быть выбраны одновременно в) объекты выбираются независимо г) выбор "А или В" можно осуществить $n \cdot m$ способами д) выбор "А или В" можно осуществить $n + m$ способами	УК-1.3.1								
3.	Прочитайте текст и установите соответствие. К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию в правом столбце. <table border="1"> <tr> <td>1. Число перестановок без повторений из n элементов по r</td> <td>а) $n!/(r!(n-r)!)$</td> </tr> <tr> <td>2. Число сочетаний без повторений из n элементов по r</td> <td>б) $(n + r - 1)!/(r! (n - 1)!)$</td> </tr> <tr> <td>3. Число перестановок с повторениями из n элементов по r</td> <td>в) $n!/(n-r)!$</td> </tr> <tr> <td>4. Число сочетаний с повторениями из n элементов по r</td> <td>г) n^r</td> </tr> </table>	1. Число перестановок без повторений из n элементов по r	а) $n!/(r!(n-r)!)$	2. Число сочетаний без повторений из n элементов по r	б) $(n + r - 1)!/(r! (n - 1)!)$	3. Число перестановок с повторениями из n элементов по r	в) $n!/(n-r)!$	4. Число сочетаний с повторениями из n элементов по r	г) n^r	УК-1.3.2
1. Число перестановок без повторений из n элементов по r	а) $n!/(r!(n-r)!)$									
2. Число сочетаний без повторений из n элементов по r	б) $(n + r - 1)!/(r! (n - 1)!)$									
3. Число перестановок с повторениями из n элементов по r	в) $n!/(n-r)!$									
4. Число сочетаний с повторениями из n элементов по r	г) n^r									
4.	Прочитайте текст и установите последовательность. Запишите соответствующую последовательность букв слева направо. Какие слагаемые содержит формула включений-исключений для подсчета числа предметов из N имеющихся, не обладающих ни одним из данных свойств $A_1, \dots, A_n$? Разместите нужные в	УК-1.У.3								

	правильном порядке. (Через $N_{i1i2...is}$ обозначено число элементов, обладающих свойствами $A_{i1},...,A_{is}$ (и, может быть, некоторыми другими свойствами).) а) C_n^k б) $(-1)^s \sum_{1 \leq i1 < i2 <... < is \leq n} N_{i1i2...is}$ в) 2^n г) P_n^k д) N е) $(-1)^n N_{12...n}$					
5.	Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ. Что представляет собой диаграмма Венна для n свойств, при решении задач, связанных с подсчетами числа элементов из множества $U = \{a_1,...,a_n\}$, обладающих заданными n свойствами?	УК-1.В.2				
6.	Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа. Формулировка «Конечное число конечных множеств» подразумевает, что а) Рассматривается не больше 20 множеств, в каждом из которых есть не больше 10 элементов б) Рассматривается не меньше 10 множеств, в каждом из которых не меньше 20 элементов в) Рассматривается любое количество множеств, в каждом из которых любое количество элементов г) Рассматривается количество множеств, равное некоторому натуральному числу, в каждом из которых конечное число элементов	УК-2.У.3				
7.	Прочитайте текст, выберите правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов. Какое из данных множеств является конечным: а) Множество натуральных чисел б) Множество четных целых чисел, не превосходящих число 50 в) Множество натуральных чисел, не превосходящих число 50 г) Множество действительных чисел е) Множество остатков от деления натуральных чисел на 6	УК-2.У.3				
8.	<table><tr><td>1.Формула включений-исключений</td><td>а) $\sum A_i - \sum_{i < j} A_i \cap A_j + \sum_{i < j < k} A_i \cap A_j \cap A_k - ... + (-1)^{n+1} A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap ... \cap A_n$.</td></tr><tr><td>2.Число $N(r)$ элементов с точно r свойствами</td><td>б) $N - \sum_{i=1}^n N_i + \sum_{1 \leq i1 < i2 \leq n} N_{i1i2} -$</td></tr></table>	1.Формула включений-исключений	а) $\sum A_i - \sum_{i < j} A_i \cap A_j + \sum_{i < j < k} A_i \cap A_j \cap A_k - ... + (-1)^{n+1} A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap ... \cap A_n $.	2.Число $N(r)$ элементов с точно r свойствами	б) $N - \sum_{i=1}^n N_i + \sum_{1 \leq i1 < i2 \leq n} N_{i1i2} -$	УК-2.У.3
1.Формула включений-исключений	а) $\sum A_i - \sum_{i < j} A_i \cap A_j + \sum_{i < j < k} A_i \cap A_j \cap A_k - ... + (-1)^{n+1} A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap ... \cap A_n $.					
2.Число $N(r)$ элементов с точно r свойствами	б) $N - \sum_{i=1}^n N_i + \sum_{1 \leq i1 < i2 \leq n} N_{i1i2} -$					

		$\dots + (-1)^s \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_s \leq n} N_{i_1 i_2 \dots i_s} + \dots + (-1)^n N_{i_2 \dots n}$	
	3. Формула включений-исключений для конечного числа конечных множеств	$\text{в) } \sum_{1 \leq i_1 < \dots < i_r \leq n} N_{i_1 \dots i_r} + \dots + (-1)^{s-r} C_s^r \sum_{1 \leq i_1 < \dots < i_s \leq n} N_{i_1 \dots i_s} + \dots + (-1)^{n-r} C_n^r N_{i_2 \dots n}.$	
	4. Количество элементов во множестве $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$	$\text{г) } U - \sum A_i + \sum_{i < j} A_i \cap A_j - \sum_{i < j < k} A_i \cap A_j \cap A_k + \dots + (-1)^n A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \dots \cap A_n $	
9.	Прочитайте текст и установите последовательность. Запишите соответствующую последовательность букв слева направо. Какие слагаемые содержит формула включений-исключений для подсчета числа элементов, не содержащихся ни в одном из N имеющихся конечных множеств $A_1, \dots, A_n$? Разместите нужные в правильном порядке. (Через U обозначен универсум - универсальное множество.) а) $(-1)^n A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \dots \cap A_n$ б) 2^n в) C_n^k г) P_n^k д) $(-1)^s \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_s \leq n} i < j < k A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_s}$ е) U	УК-2.У.3	
10.	Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ. Задача о беспорядках: сколько существует перестановок $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ чисел $1, 2, \dots, n$, таких, что $a_i \neq i$ для всех $i \in \{1, 2, \dots, n\}$. Задачу о беспорядках можно решить методом включений-исключений. В терминах принципа включений-исключений поясните, что в данном случае представляют собой N элементов, свойства A_i, а также $N_{i_1 i_2 \dots i_s}$ - число элементов, обладающих свойствами $A_{i_1}, \dots, A_{i_s}$	УК-2.У.3	
11.	Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа. <i>Производящая функция - это:</i> а) последовательность чисел $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ б) формальный степенной ряд $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n + \dots$ в) сумма ряда $a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n + \dots$ для некоторого x	ПК-2.3.1	
12.	Прочитайте текст, выберите правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов. Даны две последовательности чисел $a_0, a_1, \dots, a_n, \dots$ и $b_0, b_1, \dots, b_n, \dots$ с производящими функциями $A(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n + \dots$ и $B(x) = b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n + \dots$. Тогда над $A(x)$ и $B(x)$ можно определить следующие операции: а) сумму $A(x)$ и $B(x)$ б) произведение $A(x)$ на $B(x)$ в) деление $A(x)$ на $B(x)$ г) производную $A(x)$ д) интеграл $A(x)$	ПК-2.3.1	

	е) возведение $A(x)$ в степень $B(x)$									
13.	Прочитайте текст и установите соответствие. К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию в правом столбце. Даны две последовательности чисел $a_0, a_1, \dots, a_n, \dots$ и $b_0, b_1, \dots, b_n, \dots$ с производящими функциями $A(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n + \dots$ и $B(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n + \dots$ соответственно. <table><tr><td>1. Сумма производящих функций $A(x)$ и $B(x)$</td><td>а) $a_0b_0 + (a_0b_1 + a_1b_0)x + (a_0b_2 + a_1b_1 + a_2b_0)x^2 + \dots + (a_0b_n + a_1b_{n-1} + \dots + a_nb_0)x^n + \dots$</td></tr><tr><td>2. Произведение производящих функций $A(x)$ и $B(x)$</td><td>б) $a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + \dots + na_nx^{n-1} + \dots$</td></tr><tr><td>3. Производная производящей функции $A(x)$</td><td>в) $a_0x + a_1x^2/2 + a_2x^3/3 + \dots + a_nx^{n+1}/(n+1)$</td></tr><tr><td>4. Интеграл производящей функции $A(x)$</td><td>г) $(a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)x + (a_2 + b_2)x^2 + \dots + (a_n + b_n)x^n + \dots$</td></tr></table>	1. Сумма производящих функций $A(x)$ и $B(x)$	а) $a_0b_0 + (a_0b_1 + a_1b_0)x + (a_0b_2 + a_1b_1 + a_2b_0)x^2 + \dots + (a_0b_n + a_1b_{n-1} + \dots + a_nb_0)x^n + \dots$	2. Произведение производящих функций $A(x)$ и $B(x)$	б) $a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + \dots + na_nx^{n-1} + \dots$	3. Производная производящей функции $A(x)$	в) $a_0x + a_1x^2/2 + a_2x^3/3 + \dots + a_nx^{n+1}/(n+1)$	4. Интеграл производящей функции $A(x)$	г) $(a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)x + (a_2 + b_2)x^2 + \dots + (a_n + b_n)x^n + \dots$	ПК-2.У.1
1. Сумма производящих функций $A(x)$ и $B(x)$	а) $a_0b_0 + (a_0b_1 + a_1b_0)x + (a_0b_2 + a_1b_1 + a_2b_0)x^2 + \dots + (a_0b_n + a_1b_{n-1} + \dots + a_nb_0)x^n + \dots$									
2. Произведение производящих функций $A(x)$ и $B(x)$	б) $a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + \dots + na_nx^{n-1} + \dots$									
3. Производная производящей функции $A(x)$	в) $a_0x + a_1x^2/2 + a_2x^3/3 + \dots + a_nx^{n+1}/(n+1)$									
4. Интеграл производящей функции $A(x)$	г) $(a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)x + (a_2 + b_2)x^2 + \dots + (a_n + b_n)x^n + \dots$									
14.	Прочитайте текст и установите последовательность. Запишите соответствующую последовательность букв слева направо. Последовательность Фибоначчи – это числовая последовательность, которая определяется начальными членами $f_0 = f_1 = 1$ и соотношением $f_{n+2} = f_{n+1} + f_n, n \geq 0$. Какие начальные слагаемые входят в производящую функцию $\text{Fib}(x)$ последовательности Фибоначчи? Разместите нужные в правильном порядке. а) $2x^2$ б) $6x^4$ в) 1 г) $5x^4$ д) x е) $3x^3$ ж) x^2	ПК-2.В.1								
15.	Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ. Пусть $A(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n + \dots$ и $B(y) = -y$ – производящие функции. Найдите подстановку производящей функции $B = -y$ в производящую функцию A.	ПК-2.3.1								

Перечень тем контрольных работ по дисциплине обучающихся заочной формы обучения, представлены в таблице 19.

Таблица 19 – Перечень контрольных работ

№ п/п	Перечень контрольных работ
	Не предусмотрено

10.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания индикаторов, характеризующих этапы формирования компетенций, содержатся в локальных нормативных актах ГУАП, регламентирующих порядок и процедуру проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся ГУАП.

11. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

11.1. Методические указания для обучающихся по освоению лекционного материала

Основное назначение лекционного материала – логически стройное, системное, глубокое и ясное изложение учебного материала. Назначение современной лекции в рамках дисциплины не в том, чтобы получить всю информацию по теме, а в освоении фундаментальных проблем дисциплины, методов научного познания, новейших достижений научной мысли. В учебном процессе лекция выполняет методологическую, организационную и информационную функции. Лекция раскрывает понятийный аппарат конкретной области знания, её проблемы, дает цельное представление о дисциплине, показывает взаимосвязь с другими дисциплинами.

Планируемые результаты при освоении обучающимися лекционного материала:

- получение современных, целостных, взаимосвязанных знаний, уровень которых определяется целевой установкой к каждой конкретной теме;
- получение опыта творческой работы совместно с преподавателем;
- развитие профессионально-деловых качеств, любви к предмету и самостоятельного творческого мышления.
- появление необходимого интереса, необходимого для самостоятельной работы;
- получение знаний о современном уровне развития науки и техники и о прогнозе их развития на ближайшие годы;
- научиться методически обрабатывать материал (выделять главные мысли и положения, приходить к конкретным выводам, повторять их в различных формулировках);
- получение точного понимания всех необходимых терминов и понятий.

Лекционный материал может сопровождаться демонстрацией слайдов и использованием раздаточного материала при проведении коротких дискуссий об особенностях применения отдельных тематик по дисциплине.

11.2. Методические указания для обучающихся по прохождению практических занятий

Практическое занятие является одной из основных форм организации учебного процесса, заключающаяся в выполнении обучающимися под руководством преподавателя комплекса учебных заданий с целью усвоения научно-теоретических основ учебной дисциплины, приобретения умений и навыков, опыта творческой деятельности.

Целью практического занятия для обучающегося является привитие обучающимся умений и навыков практической деятельности по изучаемой дисциплине.

Планируемые результаты при освоении обучающимися практических занятий:

- закрепление, углубление, расширение и детализация знаний при решении конкретных задач;
- развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;

- овладение новыми методами и методиками изучения конкретной учебной дисциплины;
- выработка способности логического осмысления полученных знаний для выполнения заданий;
- обеспечение рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм обучения.

Требования к проведению практических занятий

- Каждое практическое занятие проводится после чтения лекции, дающей теоретические основы для его выполнения;
- Выполнение задач должно осуществляться на основе методических указаний, предоставляемых преподавателем;
- Студент имеет право на выполнение практической работы по оригинальной методике с согласия преподавателя;
- В конце практического занятия преподаватель оценивает работу студента;
- Преподаватель формирует рубежный и итоговый контроль знаний студента по результатам выполнения практических занятий путем проверки отчета и (или) его защиты (собеседования);
- Студент несет ответственность за пропуск практического занятия по неуважительной причине, неподготовленность к практическому занятию, несвоевременную сдачу отчета о практическом занятии и его защите.

11.3. Методические указания для обучающихся по прохождению самостоятельной работы

В ходе выполнения самостоятельной работы, обучающийся выполняет работу по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Для обучающихся по заочной форме обучения, самостоятельная работа может включать в себя контрольную работу.

В процессе выполнения самостоятельной работы, у обучающегося формируется целесообразное планирование рабочего времени, которое позволяет им развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, помогает получить навыки повышения профессионального уровня.

Методическими материалами, направляющими самостоятельную работу обучающихся являются:

- учебно-методический материал по дисциплине;
- методические указания по выполнению контрольных работ (для обучающихся по заочной форме обучения).

Таблица 20 –Примерный перечень тем для самостоятельного изучения

№ п/п	Название темы
1.	Бинарные отношения и их связь с графами
2.	Каноническая форма числа
3.	Система сравнений первой степени. Китайская теорема об остатках
4.	Группы, кольца и их взаимосвязь с полями
5.	Двоичные линейные и циклические коды.
6.	Решение задач из таблицы 16

11.4. Методические указания для обучающихся по прохождению текущего контроля успеваемости.

Текущий контроль успеваемости предусматривает контроль качества знаний обучающихся, осуществляемого в течение семестра с целью оценивания хода освоения дисциплины.

11.5. Методические указания для обучающихся по прохождению промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация обучающихся предусматривает оценивание промежуточных и окончательных результатов обучения по дисциплине. Она включает в себя:

– зачет – это форма оценки знаний, полученных обучающимся в ходе изучения учебной дисциплины в целом или промежуточная (по окончании семестра) оценка знаний обучающимся по отдельным разделам дисциплины с аттестационной оценкой «зачтено» или «не зачтено».

Лист внесения изменений в рабочую программу дисциплины

Дата внесения изменений и дополнений. Подпись внесшего изменения	Содержание изменений и дополнений	Дата и № протокола заседания кафедры	Подпись зав. кафедрой