

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ»

---

Кафедра №1

«УТВЕРЖДАЮ»

Руководитель направления

д.т.н., проф.

(должность, уч. степень, звание)

В.А. Фетисов

(подпись)



«\_14\_» \_\_мая\_\_ 2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Применение вариационного исчисления в научных исследованиях»

(Название дисциплины)

Код направления	23.06.01
Наименование направления/ специальности	Техника и технологии наземного транспорта
Наименование направленности	Организация производства (в технике и технологии наземного транспорта)
Форма обучения	очная

Санкт-Петербург 2020 г.

## Лист согласования рабочей программы дисциплины

Программу составил(а)

Зав. каф., д.ф.-м.н., доц.

должность, уч. степень, звание



\_\_\_\_\_14.05.2020

подпись, дата

А.О. Смирнов

инициалы, фамилия

Программа одобрена на заседании кафедры № 1

«\_14» \_\_мая\_\_ 2020 г., протокол № \_\_5/1\_\_

Заведующий кафедрой № 1

д.ф.-м.н., доц.

должность, уч. степень, звание



\_\_\_\_\_14.05.2020

подпись, дата

А.О. Смирнов

инициалы, фамилия

Ответственный за ОП 23.06.01(01)

доц., к.т.н.

должность, уч. степень, звание



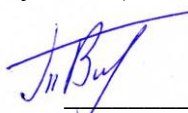
\_\_\_\_\_14.05.2020

подпись, дата

Н.Н. Майоров

инициалы, фамилия

Заместитель директора института (факультета) № 1 по методической работе



\_\_\_\_\_14.05.2020

подпись, дата

В.Е. Таратун

инициалы, фамилия

должность, уч. степень, звание

## Аннотация

Дисциплина «Применение вариационного исчисления в научных исследованиях» входит в вариативную часть образовательной программы подготовки аспирантов, обучающихся по направлению 23.06.01 «Техника и технологии наземного транспорта» направленность «Организация производства (в технике и технологии наземного транспорта)».

Дисциплина реализуется кафедрой №1.

Дисциплина нацелена на формирование у выпускника

универсальных компетенций:

профессиональных компетенций:

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с экстремальными задачами и оптимальным управлением.

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: *лекции, консультации и самостоятельная работа.*

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости, промежуточная аттестация в форме зачёта.

Общая трудоёмкость освоения дисциплины составляет 2 зачётные единицы, 72 часа.

Язык обучения по дисциплине «русский».

## **1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине**

### **1.1. Цели преподавания дисциплины**

Целью преподавания дисциплины «Применение вариационного исчисления в научных исследованиях» является математическая подготовка аспирантов, чтобы впоследствии выпускник аспирантуры по направлению 23.06.01 мог успешно заниматься научно-исследовательской деятельностью в области профессиональных интересов:

- разработки математических моделей исследуемых процессов, явлений и объектов, относящихся к профессиональной сфере;
- выработки оптимальных методов и путей решения задач, относящихся к профессиональной сфере.

### **1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОП**

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать следующими навыками:

знать – общие концепции и принципы вариационной оптимизации в научно-исследовательских и практических задачах; современные методы вариационного исчисления; основные аналитические и численные методы вариационного исчисления; современные методы построения и анализа математических моделей;

уметь – осуществлять формализацию задач вариационного исчисления в соответствии с выбранными критериями; формулировать задачи вариационного исчисления; выбирать адекватные решаемым научно-исследовательским задачам математические методы вариационной оптимизации; разрабатывать алгоритмы для поиска решений вариационных экстремальных задач;

владеть навыками - выбора методов решения вариационных задач и их аналитической и численной реализацией; решения задач вариационного исчисления в своей профессиональной области; реализации применяемых методов вариационного исчисления, получения и анализа оптимальных решений; реализации алгоритмов для реализации математических моделей;

иметь опыт – оценки получаемых решений относительно выбранных критериев и их дальнейшего применения; применения методов вариационной оптимизации для решения задач с использованием информационно-коммуникационных технологий; по адаптации методов вариационного исчисления применительно к научным исследованиям в области своих профессиональных интересов; по применению методов вариационной оптимизации при моделировании естественно-научных задач.

## **2. Место дисциплины в структуре ОП**

Дисциплина базируется на знаниях, ранее приобретенных студентами при изучении следующих дисциплин:

- Математический анализ
- Линейная алгебра.

Знания, полученные при изучении материала данной дисциплины, имеют как самостоятельное значение, так и используются в научно-исследовательской работе.

## **3. Объем дисциплины в ЗЕ/академ. час**

Данные об общем объеме дисциплины, трудоемкости отдельных видов учебной работы по дисциплине (и распределение этой трудоемкости по семестрам) представлены в таблице 1

Таблица 1 – Объем и трудоемкость дисциплины

Вид учебной работы	Всего	Трудовоемкость по семестрам
		№2
1	2	3
<b>Общая трудовоемкость дисциплины, ЗЕ/(час)</b>	2/ 72	2/ 72
<b>Аудиторные занятия</b> , всего час., <b>В том числе</b>	14	14
лекции (Л), (час)	14	14
Практические/семинарские занятия (ПЗ), (час)		
лабораторные работы (ЛР), (час)		
курсовой проект (работа) (КП, КР), (час)		
Экзамен, (час)		
<b>Самостоятельная работа</b> , всего  (час)	58	58
<b>Вид промежуточного контроля:</b> зачет, дифф. зачет, экзамен ( <b>Зачет, Дифф. зач, Экз.</b> )	Зачет	Зачет

#### 4. Содержание дисциплины

##### 4.1. Распределение трудоемкости дисциплины по разделам и видам занятий

Разделы и темы дисциплины и их трудоемкость приведены в таблице 2.

Таблица 2. – Разделы, темы дисциплины и их трудоемкость

Разделы, темы дисциплины	Лекции (час)	ПЗ (СЗ) (час)	ЛР (час)	КП (час)	СРС (час)
Семестр 2					
Раздел 1. Экстремум функции нескольких переменных.  Тема 1.1. Безусловный экстремум. Метод градиентного спуска. Тема 1.2. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.	3				14
Раздел 2. Экстремум функционалов  Тема 2.1. Основные определения. Вариации функционалов. Постановки задач вариационного исчисления.	7				30

Тема 2.2. Необходимое условие экстремума. Уравнение Эйлера. Тема 2.3. Достаточные условия экстремума. Условный экстремум. Задачи с подвижными границами.					
Раздел 3. Прямые методы вариационного исчисления  Тема 3.1. Конечно-разностный метод Эйлера. Тема 3.2. Метод Рунге. Тема 3.3. Метод Канторовича	4				14
Итого в семестре:	14				58
Итого:	14	0	0	0	58

#### 4.2. Содержание разделов и тем лекционных занятий

Содержание разделов и тем лекционных занятий приведено в таблице 3.

Таблица 3 - Содержание разделов и тем лекционных занятий

Номер раздела	Название и содержание разделов и тем лекционных занятий
1	<b>Экстремум функции нескольких переменных.</b> Тема 1.1. Безусловный экстремум. Достаточные условия строго экстремума. Метод градиентного спуска. (1,5 часа). Тема 1.2. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа (1,5 часа).
2	<b>Экстремум функционалов.</b> Тема 2.1. Определение функционала. Непрерывность функционала. Первая и вторая вариация функционала. Экстремум функционала. Постановки задач вариационного исчисления (2 часа).  Тема 2.2. Необходимое условие экстремума. Уравнение Эйлера. Инвариантность уравнения Эйлера. Поле экстремалей (1,5 часа).  Тема 2.3. Достаточное условие Якоби. Достаточные условия Лежандра. Достаточные условия Вейерштрасса. Условный экстремум. Вариационные задачи с подвижными границами. Разрывные задачи. Односторонние вариации (3,5 часа).
3	<b>Прямые методы вариационного исчисления.</b> Тема 3.1. Конечно-разностный метод Эйлера (1 час). Тема 3.2. Метод Рунге (1,5 часа). Тема 3.3. Метод Канторовича (1,5 часа).

#### 4.3. Практические (семинарские) занятия

Темы практических занятий и их трудоемкость приведены в таблице 4.

Таблица 4 – Практические занятия и их трудоемкость

№ п/п	Темы практических занятий	Формы практических занятий	Трудоемкость, (час)	№ раздела дисциплины
Учебным планом не предусмотрено				

#### 4.4. Лабораторные занятия

Темы лабораторных занятий и их трудоемкость приведены в таблице 5.

Таблица 5 – Лабораторные занятия и их трудоемкость

№ п/п	Наименование лабораторных работ	Трудоемкость, (час)	№ раздела дисциплины
Учебным планом не предусмотрено			

#### 4.5. Курсовое проектирование (работа)

Учебным планом не предусмотрено

#### 4.6. Самостоятельная работа обучающихся

Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость приведены в таблице 6.

Таблица 6 - Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость

Вид самостоятельной работы	Всего, час	Семестр 2, час
1	2	3
<b>Самостоятельная работа, всего</b>	58	58
изучение теоретического материала дисциплины (ТО)	40	40
курсовое проектирование (КП, КР)		
расчетно-графические задания (РГЗ)		
выполнение реферата (Р)		
Подготовка к текущему контролю (ТК)	18	18
домашнее задание (ДЗ)		
контрольные работы заочников (КРЗ)		

### 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся указаны в п.п. 8-10.

### 6. Перечень основной и дополнительной литературы

#### 6.1. Основная литература

Перечень основной литературы приведен в таблице 7.

Таблица 7 – Перечень основной литературы

Шифр	Библиографическая ссылка / URL адрес	Количество экземпляров в библиотеке (кроме электронных экземпляров)
ЭБС Лань	Абдрахманов, В.Г. Элементы вариационного исчисления и оптимального управления. Теория, задачи, индивидуальные задания. [Электронный ресурс] : Учебные пособия / В.Г. Абдрахманов, А.В. Рабчук. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2014. — 112 с. — Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/book/45675">http://e.lanbook.com/book/45675</a> — Загл. с экрана.	ЭБС Лань

## 6.2. Дополнительная литература

Перечень дополнительной литературы приведен в таблице 8.

Таблица 8 – Перечень дополнительной литературы

Шифр	Библиографическая ссылка/ URL адрес	Количество экземпляров в библиотеке (кроме электронных экземпляров)
ЭБС Лань	Гюнтер, Н.М. Курс вариационного исчисления. [Электронный ресурс] : Учебные пособия — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2009. — 320 с. — Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/book/119">http://e.lanbook.com/book/119</a> — Загл. с экрана.	ЭБС Лань
ЭБС Лань	Калинкин, А.В. Вариационное исчисление. [Электронный ресурс] : Учебно-методические пособия / А.В. Калинкин, А.В. Мاستихин, Л.П. Паршев. — Электрон. дан. — М. : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. — 53 с. — Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/book/52058">http://e.lanbook.com/book/52058</a> — Загл. с экрана.	ЭБС Лань

## 7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети ИНТЕРНЕТ, необходимых для освоения дисциплины

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети ИНТЕРНЕТ, необходимых для освоения дисциплины приведен в таблице 9.

Таблица 9 – Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети ИНТЕРНЕТ, необходимых для освоения дисциплины

URL адрес	Наименование
	Не предусмотрено

## 8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

### 8.1. Перечень программного обеспечения



Перечень используемого программного обеспечения представлен в таблице 10.

Таблица 10 – Перечень программного обеспечения

№ п/п	Наименование
	Не предусмотрено

### 8.2. Перечень информационно-справочных систем

Перечень используемых информационно-справочных систем представлен в таблице 11.

Таблица 11 – Перечень информационно-справочных систем

№ п/п	Наименование
	Не предусмотрено

## 9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Состав материально-технической базы представлен в таблице 12.

Таблица 12 – Состав материально-технической базы

№ п/п	Наименование составной части материально-технической базы	Номер аудитории (при необходимости)
1	Лекционная аудитория	

## 10. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

10.1. Состав фонда оценочных средств приведен в таблице 13

Таблица 13 - Состав фонда оценочных средств для промежуточной аттестации

Вид промежуточной аттестации	Примерный перечень оценочных средств
Зачет	Список вопросов

10.2. Перечень компетенций, относящихся к дисциплине, и этапы их формирования в процессе освоения образовательной программы приведены в таблице 14.

Таблица 14 – Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Номер семестра	Этапы формирования компетенций по дисциплинам/практикам в процессе освоения ОП
УК-2 «способность проектировать и осуществлять комплексные исследования, в том числе междисциплинарные, на основе целостного системного научного мировоззрения с использованием знаний в области истории и философии науки»	
1	История и философия науки
2	История и философия науки
2	Применение вариационного исчисления в научных исследованиях
ПК-5 «способность анализировать результаты научных исследований и применять их при решении конкретных образовательных и исследовательских задач»	
2	Научные исследования

2	Применение вариационного исчисления в научных исследованиях
7	Практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности (научно-исследовательская)
8	Научные исследования

10.3. В качестве критериев оценки уровня сформированности (освоения) у обучающихся компетенций применяется шкала модульно–рейтинговой системы университета. В таблице 15 представлена 100–балльная и 4–балльная шкалы для оценки сформированности компетенций. Таблица 15 –Критерии оценки уровня сформированности компетенций

Оценка компетенции		Характеристика сформированных компетенций
100-балльная шкала	4-балльная шкала	
$85 \leq K \leq 100$	«отлично» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> <li>- обучающийся глубоко и всесторонне усвоил программный материал;</li> <li>- уверенно, логично, последовательно и грамотно его излагает;</li> <li>- опираясь на знания основной и дополнительной литературы, тесно привязывает усвоенные научные положения с практической деятельностью направления;</li> <li>- умело обосновывает и аргументирует выдвигаемые им идеи;</li> <li>- делает выводы и обобщения;</li> <li>- свободно владеет системой специализированных понятий.</li> </ul>
$70 \leq K \leq 84$	«хорошо» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> <li>- обучающийся твердо усвоил программный материал, грамотно и по существу излагает его, опираясь на знания основной литературы;</li> <li>- не допускает существенных неточностей;</li> <li>- увязывает усвоенные знания с практической деятельностью направления;</li> <li>- аргументирует научные положения;</li> <li>- делает выводы и обобщения;</li> <li>- владеет системой специализированных понятий.</li> </ul>
$55 \leq K \leq 69$	«удовлетворительно» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> <li>- обучающийся усвоил только основной программный материал, по существу излагает его, опираясь на знания только основной литературы;</li> <li>- допускает несущественные ошибки и неточности;</li> <li>- испытывает затруднения в практическом применении знаний направления;</li> <li>- слабо аргументирует научные положения;</li> <li>- затрудняется в формулировании выводов и обобщений;</li> <li>- частично владеет системой специализированных понятий.</li> </ul>
$K \leq 54$	«неудовлетворительно» «не зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> <li>- обучающийся не усвоил значительной части программного материала;</li> <li>- допускает существенные ошибки и неточности при рассмотрении проблем в конкретном направлении;</li> <li>- испытывает трудности в практическом применении знаний;</li> <li>- не может аргументировать научные положения;</li> <li>- не формулирует выводов и обобщений.</li> </ul>

10.4. Типовые контрольные задания или иные материалы:

1. Вопросы (задачи) для экзамена (таблица 16)

Таблица 16 – Вопросы (задачи) для экзамена

№ п/п	Перечень вопросов (задач) для экзамена
	Учебным планом не предусмотрено

## 2. Вопросы (задачи) для зачета (таблица 17)

Таблица 17 – Вопросы для зачета

№ п/п	Перечень вопросов для зачета
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Безусловный экстремум. Достаточные условия строго экстремума.</li> <li>• Метод градиентного спуска.</li> <li>• Условный экстремум. Определение.</li> <li>• Метод множителей Лагранжа.</li> <li>• Определение функционала. Непрерывность функционала.</li> <li>• Вариация функционала.</li> <li>• Вторая вариация функционала.</li> <li>• Экстремум функционала. Необходимое условие экстремума.</li> <li>• Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.</li> <li>• Обобщения простейшей задачи. Инвариантность уравнения Эйлера.</li> <li>• Поле экстремалей. Достаточное условие Якоби. Достаточные условия Лежандра.</li> <li>• Достаточные условия экстремума функционала. Достаточные условия Вейерштрасса. Достаточные условия Лежандра.</li> <li>• Условный экстремум.</li> <li>• Вариационные задачи с подвижными границами.</li> <li>• Разрывные задачи. Односторонние вариации.</li> <li>• Конечно-разностный метод Эйлера</li> <li>• Метод Рунге</li> <li>• Метод Канторовича</li> </ul>

## 3. Темы и задание для выполнения курсовой работы / выполнения курсового проекта (таблица 18)

Таблица 18 – Примерный перечень тем для выполнения курсовой работы / выполнения курсового проекта

№ п/п	Примерный перечень тем для выполнения курсовой работы / выполнения курсового проекта
	Учебным планом не предусмотрено

## 4. Вопросы для проведения промежуточной аттестации при тестировании (таблица 19)

Таблица 19 – Примерный перечень вопросов для тестов

№ п/п	Примерный перечень вопросов для тестов
	Учебным планом не предусмотрено

#### 5. Контрольные и практические задачи / задания по дисциплине (таблица 20)

Таблица 20 – Примерный перечень контрольных и практических задач / заданий

№ п/п	Примерный перечень контрольных и практических задач / заданий
	Учебным планом не предусмотрено

10.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и / или опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций, содержатся в Положениях «О текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов ГУАП, обучающихся по программам высшего образования» и «О модульно-рейтинговой системе оценки качества учебной работы студентов в ГУАП».

## 11. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Целью дисциплины является – получение аспирантами необходимых знаний, умений и навыков в области применения методов вариационного исчисления к решению экстремальных задач

### Методические указания для обучающихся по освоению лекционного материала

Основное назначение лекционного материала – логически стройное, системное, глубокое и ясное изложение учебного материала. Назначение современной лекции в рамках дисциплины не в том, чтобы получить всю информацию по теме, а в освоении фундаментальных проблем дисциплины, методов научного познания, новейших достижений научной мысли. В учебном процессе лекция выполняет методологическую, организационную и информационную функции. Лекция раскрывает понятийный аппарат конкретной области знания, её проблемы, дает цельное представление о дисциплине, показывает взаимосвязь с другими дисциплинами.

#### Планируемые результаты при освоении обучающимся лекционного материала:

- получение современных, целостных, взаимосвязанных знаний, уровень которых определяется целевой установкой к каждой конкретной теме;
- получение опыта творческой работы совместно с преподавателем;
- развитие профессионально–деловых качеств, любви к предмету и самостоятельного творческого мышления.
- появление необходимого интереса, необходимого для самостоятельной работы;
- получение знаний о современном уровне развития науки и техники и о прогнозе их развития на ближайшие годы;
- научиться методически обрабатывать материал (выделять главные мысли и положения, приходить к конкретным выводам, повторять их в различных формулировках);
- получение точного понимания всех необходимых терминов и понятий.

Лекционный материал может сопровождаться демонстрацией слайдов.

**Методические указания для обучающихся по прохождению самостоятельной работы**

В ходе выполнения самостоятельной работы обучающийся выполняет работу по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

В процессе выполнения самостоятельной работы у обучающегося формируется целесообразное планирование рабочего времени, которое позволяет им развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, помогает получить навыки повышения профессионального уровня.

Методическими материалами, направляющими самостоятельную работу обучающихся являются:

- учебно-методический материал по дисциплине.

**Методические указания для обучающихся по прохождению промежуточной аттестации**

Промежуточная аттестация обучающихся предусматривает оценивание промежуточных и окончательных результатов обучения по дисциплине. Она включает в себя:

- зачет – это форма оценки знаний, полученных обучающимся в ходе изучения учебной дисциплины в целом или промежуточная (по окончании семестра) оценка знаний обучающимся по отдельным разделам дисциплины с аттестационной оценкой «зачтено» или «не зачтено».

Система оценок при проведении промежуточной аттестации осуществляется в соответствии с требованиями Положений «О текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов ГУАП, обучающихся по программам высшего образования» и «О модульно-рейтинговой системе оценки качества учебной работы студентов в ГУАП».

## Лист внесения изменений в рабочую программу дисциплины

Дата внесения изменений и дополнений. Подпись внесшего изменения	Содержание изменений и дополнений	Дата и № протокола заседания кафедры	Подпись зав. кафедрой