

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования  
"САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ"

Кафедра № 1

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель направления

д.ф.-м.н., доц.

(должность, уч. степень, звание)

А.О. Смирнов

(инициалы, фамилия)

(подпись)

«23» мая 2022 г

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Элементы функционального анализа»  
(Наименование дисциплины)

Код направления подготовки/ специальности	01.03.02
Наименование направления подготовки/ специальности	Прикладная математика и информатика
Наименование направленности	Прикладная математика и информатика в наукоемком производстве
Форма обучения	очная

Санкт-Петербург– 2022

Лист согласования рабочей программы дисциплины

Программу составил (а)

д.ф.-м.н.,доц.

(должность, уч. степень, звание)

 23.05.22  
(подпись, дата)

А.О. Смирнов

(инициалы, фамилия)

Программа одобрена на заседании кафедры № 1

«23» мая 2022 г, протокол № 5/2

Заведующий кафедрой № 1

д.ф.-м.н.,доц.

(уч. степень, звание)

 23.05.22  
(подпись, дата)

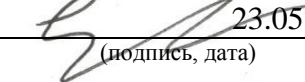
А.О. Смирнов

(инициалы, фамилия)

Ответственный за ОП ВО 01.04.02(02)

д.ф.-м.н.,доц.

(должность, уч. Степень, звание)

 23.05.22  
(подпись, дата)


А.О. Смирнов

(инициалы, фамилия)

Заместитель декана факультета №фпн по методической работе

доц.,к.т.н.

(должность, уч. степень, звание)

 23.05.22  
(подпись, дата)

Р.Н. Целмс

(инициалы, фамилия)

## Аннотация

Дисциплина «Элементы функционального анализа» входит в образовательную программу высшего образования – программу бакалавриата по направлению подготовки/специальности 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» направленности «Прикладная математика и информатика в наукоемком производстве». Дисциплина реализуется кафедрой «№1».

Дисциплина нацелена на формирование у выпускника следующих компетенций:

ПК-2 «Способен участвовать в работах по постановке и анализу задач моделирования наукоемкой продукции и процессов ее изготовления с использованием современных цифровых инструментов и информационных технологий»

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с линейными пространствами, линейными операторами и со спектральной теорией линейных операторов в линейных пространствах.

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: *лекции, практические занятия и самостоятельная работа обучающегося.*

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости, промежуточная аттестация в форме экзамена.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 4 зачетных единицы, 144 часа.

Язык обучения по дисциплине «русский»

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

### 1.1. Цели преподавания дисциплины

*[указывается предназначение данной дисциплины, соотнесенное с общими целями образовательной программы подготовки бакалавра (специалиста, магистра, аспиранта), в том числе имеющими полидисциплинарный характер (например, «получение обучающимися необходимых знаний, умений и навыков в области ...», «создание поддерживающей образовательной среды преподавания ...», «предоставление возможности обучающимся развить и продемонстрировать навыки в области » ].*

1.2. Дисциплина входит в состав части, формируемой участниками образовательных отношений, образовательной программы высшего образования (далее – ОП ВО).

1.3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОП ВО.

В результате изучения дисциплины обучающийся должен обладать следующими компетенциями или их частями. Компетенции и индикаторы их достижения приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Перечень компетенций и индикаторов их достижения

Категория (группа) компетенции	Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
Профессиональные компетенции	ПК-2 Способен участвовать в работах по постановке и анализу задач моделирования наукоемкой продукции и процессов ее изготовления с использованием современных цифровых инструментов и информационных технологий	ПК-2.3.1 знать актуальную нормативную документацию в области автоматизации и управления; математические методы разработки моделей ПК-2.У.1 уметь ставить и анализировать задачи моделирования объектов и процессов

## 2. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина может базироваться на знаниях, ранее приобретенных обучающимися при изучении следующих дисциплин:

- «\_\_\_\_\_»,
- «\_\_\_\_\_»,
- ...

Знания, полученные при изучении материала данной дисциплины, имеют как самостоятельное значение, так и могут использоваться при изучении других дисциплин:

- «\_\_\_\_\_»,
- «\_\_\_\_\_»,
- ...

## 3. Объем и трудоемкость дисциплины

Данные об общем объеме дисциплины, трудоемкости отдельных видов учебной работы по дисциплине (и распределение этой трудоемкости по семестрам) представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Объем и трудоемкость дисциплины

Вид учебной работы	Всего	Трудоемкость по семестрам
		№4
1	2	3
<b>Общая трудоемкость дисциплины, 3Е/ (час)</b>	4/ 144	4/ 144
<b>Из них часов практической подготовки</b>	34	34
<b>Аудиторные занятия, всего час.</b>	68	68
в том числе:		
лекции (Л), (час)	34	34
практические/семинарские занятия (ПЗ), (час)	34	34
лабораторные работы (ЛР), (час)		
курсовой проект (работа) (КП, КР), (час)		
экзамен, (час)	36	36
<b>Самостоятельная работа, всего (час)</b>	40	40
<b>Вид промежуточной аттестации:</b> зачет, дифф. зачет, экзамен (Зачет, Дифф. зач, Экз.**)	Экз.	Экз.

Примечание: \*\* кандидатский экзамен

#### 4. Содержание дисциплины

##### 4.1. Распределение трудоемкости дисциплины по разделам и видам занятий.

Разделы, темы дисциплины и их трудоемкость приведены в таблице 3.

Таблица 3 – Разделы, темы дисциплины, их трудоемкость

Разделы, темы дисциплины	Лекции (час)	ПЗ (СЗ) (час)	ЛР (час)	КП (час)	СРС (час)
Семестр 4					
Раздел 1. Линейные пространства	4	4			6
Раздел 2. Линейные операторы	4	4			6
Раздел 3. Теория меры и интеграла Лебега	8	8			8
Раздел 4. Основные классы пространств	8	8			8
Раздел 5. Основные принципы функционального анализа	10	10			12
Итого в семестре:	34	34			40
Итого	34	34	0	0	40

Практическая подготовка заключается в непосредственном выполнении обучающимися определенных трудовых функций, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

##### 4.2. Содержание разделов и тем лекционных занятий.

Содержание разделов и тем лекционных занятий приведено в таблице 4.

Таблица 4 – Содержание разделов и тем лекционного цикла

Номер раздела	Название и содержание разделов и тем лекционных занятий
<b>1</b>	<b>Линейные пространства.</b> Определение. Примеры. Размерность. Базис. Координаты. Преобразование координат при смене базиса.
<b>2</b>	<b>Линейные операторы.</b> Линейные отображения линейных пространств. Линейные функционалы. Линейные преобразования линейных пространств. Матрица линейного отображения. Преобразование матрицы линейного оператора при смене базиса. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора.
<b>3</b>	<b>Теория меры и интеграла Лебега.</b> Общее понятие меры. Мера Лебега. Интеграл Лебега. Пространства интегрируемых функций. Преобразование Фурье. Дифференцирование и интегрирование функций.
<b>4</b>	<b>Основные классы пространств.</b> Метрические пространства. Принцип сжимающих отображений. Топологические пространства. Линейные нормированные пространства. Гильбертовы пространства.
<b>5</b>	<b>Основные принципы функционального анализа.</b> Принцип равномерной ограниченности. Принцип открытости отображения. Теорем Хана-Банаха. Сопряженные пространства. Теорема Рисса. Сопряженные операторы. Обобщенные функции. Замкнутые операторы. Самосопряженные операторы. Спектральная теория самосопряженных операторов. Компактные операторы. Собственные значения компактного оператора. Линейные уравнения. Альтернатива Фредгольма. Проекционный метод.

## 4.3. Практические (семинарские) занятия

Темы практических занятий и их трудоемкость приведены в таблице 5.

Таблица 5 – Практические занятия и их трудоемкость

№ п/п	Темы практических занятий	Формы практических занятий	Трудоемкость, (час)	Из них практической подготовки, (час)	№ раздела дисциплины
Семестр 4					
1	Линейные пространства	Решение задач	6	6	1
2	Линейные операторы	Решение задач	7	7	2
3	Теория меры и интеграла Лебега	Решение задач	7	7	3
4	Основные классы пространств	Решение задач	7	7	4
5	Основные принципы функционального анализа	Решение задач	7	7	5
Всего			34	34	

## 4.4. Лабораторные занятия

Темы лабораторных занятий и их трудоемкость приведены в таблице 6.

Таблица 6 – Лабораторные занятия и их трудоемкость

№ п/п	Наименование лабораторных работ	Трудоемкость, (час)	Из них практической подготовки, (час)	№ раздела дисциплины
Учебным планом не предусмотрено				
Всего				

4.5. Курсовое проектирование/ выполнение курсовой работы  
Учебным планом не предусмотрено

4.6. Самостоятельная работа обучающихся  
Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость приведены в таблице 7.

Таблица 7 – Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость

Вид самостоятельной работы	Всего, час	Семестр 4, час
1	2	3
Изучение теоретического материала дисциплины (ТО)	20	20
Курсовое проектирование (КП, КР)		
Расчетно-графические задания (РГЗ)		
Выполнение реферата (Р)		
Подготовка к текущему контролю успеваемости (ТКУ)	15	15
Домашнее задание (ДЗ)		
Контрольные работы заочников (КРЗ)		
Подготовка к промежуточной аттестации (ПА)	5	5
Всего:	40	40

5. Перечень учебно-методического обеспечения  
для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)  
Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся указаны в п.п. 7-11.

6. Перечень печатных и электронных учебных изданий  
Перечень печатных и электронных учебных изданий приведен в таблице 8.  
Таблица 8– Перечень печатных и электронных учебных изданий

Шифр/ URL адрес	Библиографическая ссылка	Количество экземпляров в библиотеке (кроме электронных экземпляров)
	Власова, Е. А. Элементы функционального анализа : учебное пособие / Е. А. Власова, И. К. Марчевский. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 400 с. — ISBN 978-5-8114-	

	1958-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/212189">https://e.lanbook.com/book/212189</a> . — Режим доступа: для авториз. пользователей.	
	Павлов, Е. А. Основы функционального анализа : учебное пособие / Е. А. Павлов. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 88 с. — ISBN 978-5-8114-3635-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/116362">https://e.lanbook.com/book/116362</a> . — Режим доступа: для авториз. пользователей.	
	Люстерник, Л. А. Краткий курс функционального анализа : учебное пособие / Л. А. Люстерник, В. И. Соболев. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 272 с. — ISBN 978-5-8114-0976-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/210290">https://e.lanbook.com/book/210290</a> . — Режим доступа: для авториз. пользователей.	
	Гуревич, А. П. Сборник задач по функциональному анализу : учебное пособие / А. П. Гуревич, В. В. Корнев, А. П. Хромов. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 192 с. — ISBN 978-5-8114-1274-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/210809">https://e.lanbook.com/book/210809</a> . — Режим доступа: для авториз. пользователей.	
	Филимоненкова, Н. В. Сборник задач по функциональному анализу : учебное пособие / Н. В. Филимоненкова. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 240 с. — ISBN 978-5-8114-1822-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/212057">https://e.lanbook.com/book/212057</a> . — Режим доступа: для авториз. пользователей.	



## 7. Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины приведен в таблице 9.

Таблица 9 – Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

URL адрес	Наименование
<a href="https://e.lanbook.com">https://e.lanbook.com</a>	ЭБС Лань

## 8. Перечень информационных технологий

8.1. Перечень программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.

Перечень используемого программного обеспечения представлен в таблице 10.

Таблица 10– Перечень программного обеспечения

№ п/п	Наименование
	Не предусмотрено

8.2. Перечень информационно-справочных систем,используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень используемых информационно-справочных систем представлен в таблице 11.

Таблица 11– Перечень информационно-справочных систем

№ п/п	Наименование
	Не предусмотрено

## 9. Материально-техническая база

Состав материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине, представлен в таблице12.

Таблица 12 – Состав материально-технической базы

№ п/п	Наименование составной части материально-технической базы	Номер аудитории (при необходимости)
1	Лекционная аудитория	
2	Аудитория для практических занятий	

## 10. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

10.1. Состав оценочных средствдля проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине приведен в таблице 13.

Таблица 13 – Состав оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Вид промежуточной аттестации	Перечень оценочных средств
Экзамен	Список вопросов к экзамену;

10.2. В качестве критериев оценки уровня сформированности (освоения) компетенций обучающимися применяется 5-балльная шкала оценки сформированности

компетенций, которая приведена в таблице 14. В течение семестра может использоваться 100-балльная шкала модульно-рейтинговой системы Университета, правила использования которой, установлены соответствующим локальным нормативным актом ГУАП.

Таблица 14 – Критерии оценки уровня сформированности компетенций

Оценка компетенции	Характеристика сформированных компетенций
5-балльная шкала	
«отлично» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> <li>– обучающийся глубоко и всесторонне усвоил программный материал;</li> <li>– уверенно, логично, последовательно и грамотно его излагает;</li> <li>– опираясь на знания основной и дополнительной литературы, тесно привязывает усвоенные научные положения с практической деятельностью направления;</li> <li>– умело обосновывает и аргументирует выдвигаемые им идеи;</li> <li>– делает выводы и обобщения;</li> <li>– свободно владеет системой специализированных понятий.</li> </ul>
«хорошо» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> <li>– обучающийся твердо усвоил программный материал, грамотно и по существу излагает его, опираясь на знания основной литературы;</li> <li>– не допускает существенных неточностей;</li> <li>– увязывает усвоенные знания с практической деятельностью направления;</li> <li>– аргументирует научные положения;</li> <li>– делает выводы и обобщения;</li> <li>– владеет системой специализированных понятий.</li> </ul>
«удовлетворительно» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> <li>– обучающийся усвоил только основной программный материал, по существу излагает его, опираясь на знания только основной литературы;</li> <li>– допускает несущественные ошибки и неточности;</li> <li>– испытывает затруднения в практическом применении знаний направления;</li> <li>– слабо аргументирует научные положения;</li> <li>– затрудняется в формулировании выводов и обобщений;</li> <li>– частично владеет системой специализированных понятий.</li> </ul>
«неудовлетворительно» «не зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> <li>– обучающийся не усвоил значительной части программного материала;</li> <li>– допускает существенные ошибки и неточности при рассмотрении проблем в конкретном направлении;</li> <li>– испытывает трудности в практическом применении знаний;</li> <li>– не может аргументировать научные положения;</li> <li>– не формулирует выводов и обобщений.</li> </ul>

### 10.3. Типовые контрольные задания или иные материалы.

Вопросы (задачи) для экзамена представлены в таблице 15.

Таблица 15 – Вопросы (задачи) для экзамена

№ п/п	Перечень вопросов для экзамена	Код индикатора
1	Структура открытых и замкнутых множеств на прямой	ПК-2.3.1
2	Внешняя мера и ее свойства	ПК-2.У.1
3	Измеримые множества	ПК-2.3.1
4	Измеримость открытого множества, объединения счетного числа измеримых множеств, измеримость замкнутого множества.	ПК-2.У.1
5	Измеримость дополнения, пересечения счетного числа множеств	ПК-2.3.1

6	Счетная аддитивность меры	ПК-2.У.1
7	Измеримые функции и их свойства	ПК-2.3.1

Вопросы (задачи) для зачета / дифф. зачета представлены в таблице 16.

Таблица 16 – Вопросы (задачи) для зачета / дифф. зачета

№ п/п	Перечень вопросов (задач) для зачета / дифф. зачета	Код индикатора
	Учебным планом не предусмотрено	

Перечень тем для курсового проектирования/выполнения курсовой работы представлены в таблице 17.

Таблица 17 – Перечень тем для курсового проектирования/выполнения курсовой работы

№ п/п	Примерный перечень тем для курсового проектирования/выполнения курсовой работы
	Учебным планом не предусмотрено

Вопросы для проведения промежуточной аттестации в виде тестирования представлены в таблице 18.

Таблица 18 – Примерный перечень вопросов для тестов

№ п/п	Примерный перечень вопросов для тестов	Код индикатора
	Не предусмотрено	

Перечень тем контрольных работ по дисциплине обучающихся заочной формы обучения, представлены в таблице 19.

Таблица 19 – Перечень контрольных работ

№ п/п	Перечень контрольных работ
	Не предусмотрено

10.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания индикаторов, характеризующих этапы формирования компетенций, содержатся в локальных нормативных актах ГУАП, регламентирующих порядок и процедуру проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся ГУАП.

11. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины  
(Ниже приводятся рекомендации по составлению данного раздела)

11.1. Методические указания для обучающихся по освоению лекционного материала (если предусмотрено учебным планом по данной дисциплине).

Основное назначение лекционного материала – логически стройное, системное, глубокое и ясное изложение учебного материала. Назначение современной лекции в рамках дисциплины не в том, чтобы получить всю информацию по теме, а в освоении фундаментальных проблем дисциплины, методов научного познания, новейших достижений научной мысли. В учебном процессе лекция выполняет методологическую, организационную и информационную функции. Лекция раскрывает понятийный аппарат конкретной области знания, её проблемы, дает цельное представление о дисциплине, показывает взаимосвязь с другими дисциплинами.

Планируемые результаты при освоении обучающимися лекционного материала:

- получение современных, целостных, взаимосвязанных знаний, уровень которых определяется целевой установкой к каждой конкретной теме;
- получение опыта творческой работы совместно с преподавателем;
- развитие профессионально-деловых качеств, любви к предмету и самостоятельного творческого мышления.
- появление необходимого интереса, необходимого для самостоятельной работы;
- получение знаний о современном уровне развития науки и техники и о прогнозе их развития на ближайшие годы;
- научиться методически обрабатывать материал (выделять главные мысли и положения, приходить к конкретным выводам, повторять их в различных формулировках);
- получение точного понимания всех необходимых терминов и понятий.

Лекционный материал может сопровождаться демонстрацией слайдов и использованием раздаточного материала при проведении коротких дискуссий об особенностях применения отдельных тематик по дисциплине.

#### Структура предоставления лекционного материала:

- Определения математических терминов.
- Формулировка теоремы.
- Доказательство теоремы.
- Иллюстрирующие примеры.

### 11.2. Методические указания для обучающихся по прохождению практических занятий *(если предусмотрено учебным планом по данной дисциплине)*

Практическое занятие является одной из основных форм организации учебного процесса, заключающаяся в выполнении обучающимися под руководством преподавателя комплекса учебных заданий с целью усвоения научно-теоретических основ учебной дисциплины, приобретения умений и навыков, опыта творческой деятельности.

Целью практического занятия для обучающегося является привитие обучающимся умений и навыков практической деятельности по изучаемой дисциплине.

Планируемые результаты при освоении обучающимся практических занятий:

- закрепление, углубление, расширение и детализация знаний при решении конкретных задач;
- развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;
- овладение новыми методами и методиками изучения конкретной учебной дисциплины;
- выработка способности логического осмысления полученных знаний для выполнения заданий;
- обеспечение рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм обучения.

#### Требования к проведению практических занятий

Практические занятия начинаются с записи в журнал преподавателя присутствующих студентов. Затем объявляется тема практических занятий.

Преподаватель читает условие задачи и предлагает студентам самостоятельно решить задачу, используя знания, полученные студентом на лекции. Студент, который первым решил задачу, вызывается к доске. В случае если студент правильно решил задачу, он получает 5 баллов. Если студент решает задачу с помощью преподавателя, то получает 4 балла. Затем, в конце семестра, оценки студентов (включая оценку посещаемости) переводятся в бонусы (качество) от 0 до 5 баллов. Эти бонусы добавляются к общей сумме баллов в рамках модульно-рейтинговой системы.

Студентам выдается домашнее задание в виде задач, которые они сдают в установленные сроки.

#### 11.3. Методические указания для обучающихся по прохождению самостоятельной работы

В ходе выполнения самостоятельной работы, обучающийся выполняет работу по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Для обучающихся по заочной форме обучения, самостоятельная работа может включать в себя контрольную работу.

В процессе выполнения самостоятельной работы, у обучающегося формируется целесообразное планирование рабочего времени, которое позволяет им развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, помогает получить навыки повышения профессионального уровня.

Методическими материалами, направляющими самостоятельную работу обучающихся являются:

- учебно-методический материал по дисциплине;
- методические указания по выполнению контрольных работ (для обучающихся по заочной форме обучения).

#### 11.4. Методические указания для обучающихся по прохождению текущего контроля успеваемости.

Текущий контроль успеваемости предусматривает контроль качества знаний обучающихся, осуществляемого в течение семестра с целью оценивания хода освоения дисциплины.

#### 11.5. Методические указания для обучающихся по прохождению промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация обучающихся предусматривает оценивание промежуточных и окончательных результатов обучения по дисциплине. Она включает в себя:

- экзамен – форма оценки знаний, полученных обучающимся в процессе изучения всей дисциплины или ее части, навыков самостоятельной работы, способности применять их для решения практических задач. Экзамен, как правило, проводится в период экзаменационной сессии и завершается аттестационной оценкой «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Лист внесения изменений в рабочую программу дисциплины

Дата внесения изменений и дополнений. Подпись внесшего изменения	Содержание изменений и дополнений	Дата и № протокола заседания кафедры	Подпись зав. кафедрой