

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
"САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ"

Кафедра № 2

УТВЕРЖДАЮ
Ответственный за образовательную
программу

ДОЦ., К.Т.Н., ДОЦ.

(должность, уч. степень, звание)

В. А. Галанина

(инициалы, фамилия)



(подпись)

«26» июня 2024 г

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ


«Вычислительная математика»
(Наименование дисциплины)

Код направления подготовки/ специальности	09.03.03
Наименование направления подготовки/ специальности	Прикладная информатика
Наименование направленности	Прикладная информатика и программирование
Форма обучения	очная
Год приема	2024

Санкт-Петербург– 2024

Лист согласования рабочей программы дисциплины


Программу составил (а)

<u>д.ф.-м.н., проф.</u> (должность, уч. степень, звание)	 <u>21.06.2024</u> (подпись, дата)	<u>В. Г. Фараонов</u> (инициалы, фамилия)
---	---	--


Программа одобрена на заседании кафедры № 2

«21» июня 2024 г, протокол № 12/23-24

Заведующий кафедрой № 2

<u>д.ф.-м.н., проф.</u> (уч. степень, звание)	 <u>21.06.2024</u> (подпись, дата)	<u>В. Г. Фараонов</u> (инициалы, фамилия)
--	---	--

Заместитель директора института ФПТИ по методической работе

<u>доц., к.ф.-м.н., доц.</u> (должность, уч. степень, звание)	 <u>21.06.2024</u> (подпись, дата)	<u>Ю. А. Новикова</u> (инициалы, фамилия)
--	---	--

Аннотация

Дисциплина «Вычислительная математика» входит в образовательную программу высшего образования – программу бакалавриата по направлению подготовки/ специальности 09.03.03 «Прикладная информатика» направленности «Прикладная информатика и программирование». Дисциплина реализуется кафедрой «№2».

Дисциплина нацелена на формирование у выпускника следующих компетенций:

УК-2 «Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений»

ПК-1 «Способен выполнять сбор, систематизацию, выявление взаимосвязей и документирование требований к компьютерному программному обеспечению»

ПК-8 «Способен руководить разработкой программного кода»

ПК-9 «Способность проводить анализ и выбор программно-технологических платформ, сервисов и информационных ресурсов при разработке прикладного программного обеспечения»

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с основами функционального анализа и численными методами решения задач линейной алгебры, традиционных задач анализа (интерполяция и аппроксимация функций, численное дифференцирование и численное интегрирование) и решением дифференциальных и интегральных уравнений.

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа обучающегося.*

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости, промежуточная аттестация в форме экзамена.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

Язык обучения по дисциплине «русский».

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

1.1. Цели преподавания дисциплины

Получение обучающимися необходимых знаний, умений и навыков для решения задач, использующих аппарат вычислительной математики. Дисциплина базируется на математических разделах, необходимых студентам при изучении общепрофессиональных и специальных дисциплин, при расчетах, связанных с выполнением курсовых и дипломных работ.

1.2. Дисциплина входит в состав части, формируемой участниками образовательных отношений, образовательной программы высшего образования (далее – ОП ВО).

1.3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОП ВО.

В результате изучения дисциплины обучающийся должен обладать следующими компетенциями или их частями. Компетенции и индикаторы их достижения приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Перечень компетенций и индикаторов их достижения

Категория (группа) компетенции	Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
Универсальные компетенции	УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.3.1 знать виды ресурсов и ограничения для решения поставленных задач УК-2.У.1 уметь проводить анализ поставленной цели и формулировать задачи, которые необходимо решить для ее достижения УК-2.У.3 уметь выдвигать альтернативные варианты действий с целью выбора оптимальных способов решения задач, в том числе с помощью цифровых средств
Профессиональные компетенции	ПК-1 Способен выполнять сбор, систематизацию, выявление взаимосвязей и документирование требований к компьютерному программному обеспечению	ПК-1.В.2 владеть навыками формализации описания предметной области и построения компьютерной модели в том числе с использованием методов искусственного интеллекта
Профессиональные компетенции	ПК-8 Способен руководить разработкой программного кода	ПК-8.У.3 уметь применять стандартные алгоритмы программирования
Профессиональные компетенции	ПК-9 Способность проводить анализ и выбор программно-технологических платформ, сервисов и информационных	ПК-9.В.3 владеть методами сбора, обработки и анализа результатов оценки готовых систем на соответствие требованиям

	ресурсов при разработке прикладного программного обеспечения	
--	--	--

2. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина может базироваться на знаниях, ранее приобретенных обучающимися при изучении следующих дисциплин:

- «Математика. Аналитическая геометрия и линейная алгебра»,
- «Математика. Математический анализ»,
- «Информатика»,
- «Дискретная математика».

Знания, полученные при изучении материала данной дисциплины, имеют как самостоятельное значение, так и могут использоваться при изучении других дисциплин:

- «Численные методы в решении прикладных задач».

3. Объем и трудоемкость дисциплины

Данные об общем объеме дисциплины, трудоемкости отдельных видов учебной работы по дисциплине (и распределение этой трудоемкости по семестрам) представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Объем и трудоемкость дисциплины

Вид учебной работы	Всего	Трудоемкость по семестрам
		№5
1	2	3
Общая трудоемкость дисциплины, ЗЕ/ (час)	5/ 180	5/ 180
Из них часов практической подготовки	12	12
Аудиторные занятия, всего час.	51	51
в том числе:		
лекции (Л), (час)	34	34
практические/семинарские занятия (ПЗ), (час)	17	17
лабораторные работы (ЛР), (час)		
курсовой проект (работа) (КП, КР), (час)		
экзамен, (час)	36	36
Самостоятельная работа, всего (час)	93	93
Вид промежуточной аттестации: зачет, дифф. зачет, экзамен (Зачет, Дифф. зач, Экз.**)	Экз.	Экз.

Примечание: ** кандидатский экзамен

4. Содержание дисциплины

4.1. Распределение трудоемкости дисциплины по разделам и видам занятий.

Разделы, темы дисциплины и их трудоемкость приведены в таблице 3.

Таблица 3 – Разделы, темы дисциплины, их трудоемкость

Разделы, темы дисциплины	Лекции (час)	ПЗ (СЗ)	ЛР (час)	КП (час)	СРС (час)
Семестр 5					
Раздел 1. Прямые методы решения линейно-алгебраических систем и обращения матриц.	3	2			8

Раздел 2. Итерационные методы решения линейно-алгебраических систем	3	1			8
Раздел 3. Прямые методы решения проблемы собственных значений	3	2			9
Раздел 4. Частичная проблема собственных значений	3	1			8
Раздел 5. Итерационные методы решения полной проблемы собственных значений	3	2			9
Раздел 6. Интерполирование и смежные вопросы. Приближение функций	3	1			8
Раздел 7. Приближенное вычисление интегралов	3	2			9
Раздел 8. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений	3	1			9
Раздел 9. Краевые задачи для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений	3	2			8
Раздел 10. Численные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных	3	1			9
Раздел 11. Численные методы решения интегральных уравнений	4	2			8
Итого в семестре:	34	17			93
Итого	34	17	0	0	93

Практическая подготовка заключается в непосредственном выполнении обучающимися определенных трудовых функций, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

4.2. Содержание разделов и тем лекционных занятий.

Содержание разделов и тем лекционных занятий приведено в таблице 4.

Таблица 4 – Содержание разделов и тем лекционного цикла

Номер раздела	Название и содержание разделов и тем лекционных занятий
1	Прямые методы решения линейно-алгебраических систем и обращения матриц. Общая характеристика прямых методов. Схемы Гаусса. Схемы Жордана. Схема квадратных корней (схема Холецкого). Решение систем с ленточными матрицами. Методы решения линейных систем, основанные на применении элементарных ортогональных преобразований. Вычисление определителей. Обращение матриц. Пределы и нормы в линейной алгебре. Обусловленность систем алгебраических уравнений. Уточнение решения задачи по контрольным вычислениям. Решение систем с разреженными матрицами.
2	Итерационные методы решения линейно-алгебраических систем. Характеристика итерационных методов, принципы построения. Метод последовательных приближений. Методы типа Гаусса-Зейделя. Градиентные методы.

3	Прямые методы решения проблемы собственных значений. Постановка задачи и методов ее решения. Устойчивость проблемы собственных значений. Метод Гивенса. Метод Данилевского. Метод Леверье и метод Фаддеева.
4	Частичная проблема собственных значений. Степенной метод и его модификации. Методы, основанные на максимизации отношения Релея. Уточнение изолированного собственного значения и вычисление соответствующего ему собственного вектора.
5	Итерационные методы решения полной проблемы собственных значений. Метод Якоби. Уточнение собственных значений. Метод бисекции. Алгоритм LR. Алгоритм QR.
6	Интерполирование и смежные вопросы. Приближение функций. Постановка задачи приближения функций. Конечные и разделенные разности и их свойства. Интерполирование по значениям функции. Интерполяционная формула Лагранжа. Интерполяционная формула Ньютона. Об остаточном члене интерполирования. Интерполирование по равноотстоящим узлам. Интерполирование с кратными узлами (интерполирование Эрмита). Обратное интерполирование. Интерполирование таблично заданной функции методом наименьших квадратов. Интерполирование функции двух переменных. Интерполяционные сплайны. Численное дифференцирование.
7	Приближенное вычисление интегралов. Постановка задачи приближенного вычисления определенных интегралов. Интерполяционные квадратурные формулы. Простейшие интерполяционные квадратурные формулы. Формула прямоугольников для вычисления интегралов от периодических функций. Квадратурная формула Ньютона-Котеса. Квадратурные формулы типа Гаусса. Свойства квадратурных формул типа Гаусса. Частные случаи квадратурных формул типа Гаусса. Квадратурные формулы Чебышева. Квадратурные формулы Маркова. Интегрирование сильно осциллирующих функций. Вычисление несобственных интегралов. Способы повышения точности квадратурных формул. Квадратурные формулы Эйлера. Приближенное вычисление кратных интегралов. Метод Монте-Карло для вычисления интегралов большой кратности. Некоторые подходы к решению многомерных задач.
8	Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Постановка задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Методы, основанные на разложении в ряд Тейлора. Метод Рунге-Кутты. Линейные многошаговые методы (методы типа Адамса). Построение начала таблицы. Методы Адамса для решения систем уравнений. Елочные и гибридные методы.
9	Краевые задачи для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Способ сведения к задаче Коши. Метод прогонки. Метод сеток (метод конечных разностей). Вариационные методы решения краевых задач. Построение разностных схем на основе вариационных принципов.
10	Численные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. Постановка задачи решения дифференциальных уравнений в частных производных. Метод сеток. Аппроксимация дифференциальной задачи

	разностной. Счетная устойчивость разностных схем. Сходимость разностных схем. Решение сеточных уравнений. Метод прямых. Метод характеристик.
11	Численные методы решения интегральных уравнений. Метод замены интеграла конечной суммой. Метод замены ядра на вырожденное.

4.3. Практические (семинарские) занятия

Темы практических занятий и их трудоемкость приведены в таблице 5.

Таблица 5 – Практические занятия и их трудоемкость

№ п/п	Темы практических занятий	Формы практических занятий	Трудоемкость, (час)	Из них практической подготовки, (час)	№ раздела дисциплины
Семестр 5					
1	Прямые методы решения линейно-алгебраических систем и обращения матриц	Решение задач. Расчетно-графическая работа	3		1
2	Итерационные методы решения линейно-алгебраических систем	Решение задач. Расчетно-графическая работа	3		2
3	Прямые методы решения проблемы собственных значений	Решение задач. Расчетно-графическая работа	3		3
4	Частичная проблема собственных значений	Решение задач. Расчетно-графическая работа	2		4
5	Итерационные методы решения полной проблемы собственных значений	Решение задач. Расчетно-графическая работа	2		5
6	Интерполирование и смежные вопросы. Приближение функций	Решение задач. Расчетно-графическая работа	2		6
7	Приближенное вычисление интегралов	Решение задач. Расчетно-графическая работа	2		7
Всего			17		

4.4. Лабораторные занятия

Темы лабораторных занятий и их трудоемкость приведены в таблице 6.

Таблица 6 – Лабораторные занятия и их трудоемкость

№ п/п	Наименование лабораторных работ	Трудоемкость, (час)	Из них практической подготовки, (час)	№ раздела дисциплины
Учебным планом не предусмотрено				
Всего				

4.5. Курсовое проектирование/ выполнение курсовой работы
Учебным планом не предусмотрено

4.6. Самостоятельная работа обучающихся
Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость приведены в таблице 7.

Таблица 7 – Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость

Вид самостоятельной работы	Всего, час	Семестр 5, час
1	2	3
Изучение теоретического материала дисциплины (ТО)	43	43
Курсовое проектирование (КП, КР)		
Расчетно-графические задания (РГЗ)	19	19
Выполнение реферата (Р)		
Подготовка к текущему контролю успеваемости (ТКУ)	19	19
Домашнее задание (ДЗ)		
Контрольные работы заочников (КРЗ)		
Подготовка к промежуточной аттестации (ПА)	12	12
Всего:	93	93

5. Перечень учебно-методического обеспечения
для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся указаны в п.п. 7-11.

6. Перечень печатных и электронных учебных изданий
Перечень печатных и электронных учебных изданий приведен в таблице 8.
Таблица 8– Перечень печатных и электронных учебных изданий

Шифр/ URL адрес	Библиографическая ссылка	Количество экземпляров в библиотеке (кроме электронных экземпляров)
Электронный ресурс	Ассаул, В. Н. Вычислительная математика: учебно-методическое	-

	пособие / В. Н. Ассаул, М. М. Галилеев, Г. Н. Дьякова; С.-Петерб. гос. ун-т аэрокосм. приборостроения. - Санкт-Петербург: Изд-во ГУАП, 2023. – 72 с.	
Электронный ресурс	Бутенина, Д. В. Вычислительная математика: учебное пособие / Д. В. Бутенина, А. В. Стрепетов ; С.-Петерб. гос. ун-т аэрокосм. приборостроения. - СПб. : Изд-во ГУАП, 2007. - 87 с.	-
https://e.lanbook.com/book/126099	Бахвалов, Н. С. Численные методы : учебник / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. — 9-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2020. — 636 с.	ЭБС Лань
https://e.lanbook.com/book/210674	Демидович, Б. П. Основы вычислительной математики: учебное пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон. — 8-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 672 с.	ЭБС Лань
https://e.lanbook.com/book/254663	Волков, Е. А. Численные методы : учебное пособие для вузов / Е. А. Волков. — 7-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 252 с.	ЭБС Лань
https://e.lanbook.com/book/210437	Демидович, Б. П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения: учебное пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. З. Шувалова. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 400.	ЭБС Лань
https://e.lanbook.com/book/171859	Копченова, Н. В. Вычислительная математика в примерах и задачах: учебное пособие для вузов / Н. В. Копченова, И. А. Марон. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 368 с.	ЭБС Лань
004.4 К 60	Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование: учебное пособие / В. Д. Колдаев. – М.: ФОРУМ-ИНФРА – М, 2009 -288 с.	4
519.6/8 П33	Пирумов, У. Г. Численные методы:	14

	учебное пособие / У. Г. Пирумов – М.: Дрофа, 2003 – 221с.	
--	---	--

7. Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины приведен в таблице 9.

Таблица 9 – Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

URL адрес	Наименование
https://intuit.ru	Интуит (национальный открытый университет)
https://e.lanbook.com/books	Доступ в ЭБС «Лань» осуществляется по договору № 695-7 от 30.11.2011
https://znanium.com/catalog/books	Доступ в ЭБС «ZnaniUM» осуществляется по договору № 186-ЭБС от 08.02.2012
https://lms.guap.ru	Система дистанционного обучения ГУАП
https://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics.htm	Международный научно-образовательный сайт EqWorld
http://mathprofi.ru	Примеры задач с решениями
https://ru.onlinemschool.com/math/assistance	Онлайн калькулятор для математических расчетов

8. Перечень информационных технологий

8.1. Перечень программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.

Перечень используемого программного обеспечения представлен в таблице 10.

Таблица 10– Перечень программного обеспечения

№ п/п	Наименование
1	Microsoft Windows 7 договор № 110-7 от 28.02.2019
2	MS Office 2016 Professional Plus Лицензия номер 68710015 Договор 809-3 от 04.07.2017

8.2. Перечень информационно-справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень используемых информационно-справочных систем представлен в таблице 11.

Таблица 11– Перечень информационно-справочных систем

№ п/п	Наименование
	Не предусмотрено

9. Материально-техническая база

Состав материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине, представлен в таблице 12.

Таблица 12 – Состав материально-технической базы

№ п/п	Наименование составной части материально-технической базы	Номер аудитории (при необходимости)
1	Мультимедийная лекционная аудитория	

10. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

10.1. Состав оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине приведен в таблице 13.

Таблица 13 – Состав оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Вид промежуточной аттестации	Перечень оценочных средств
Экзамен	Список вопросов к экзамену; Экзаменационные билеты; Задачи; Тесты.

10.2. В качестве критериев оценки уровня сформированности (освоения) компетенций обучающимися применяется 5-балльная шкала оценки сформированности компетенций, которая приведена в таблице 14. В течение семестра может использоваться 100-балльная шкала модульно-рейтинговой системы Университета, правила использования которой, установлены соответствующим локальным нормативным актом ГУАП.

Таблица 14 – Критерии оценки уровня сформированности компетенций

Оценка компетенции 5-балльная шкала	Характеристика сформированных компетенций
«отлично» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> – обучающийся глубоко и всесторонне усвоил программный материал; – уверенно, логично, последовательно и грамотно его излагает; – опираясь на знания основной и дополнительной литературы, тесно привязывает усвоенные научные положения с практической деятельностью направления; – умело обосновывает и аргументирует выдвигаемые им идеи; – делает выводы и обобщения; – свободно владеет системой специализированных понятий.
«хорошо» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> – обучающийся твердо усвоил программный материал, грамотно и по существу излагает его, опираясь на знания основной литературы; – не допускает существенных неточностей; – увязывает усвоенные знания с практической деятельностью направления; – аргументирует научные положения; – делает выводы и обобщения; – владеет системой специализированных понятий.
«удовлетворительно» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> – обучающийся усвоил только основной программный материал, по существу излагает его, опираясь на знания только основной литературы; – допускает несущественные ошибки и неточности; – испытывает затруднения в практическом применении знаний направления;

Оценка компетенции	Характеристика сформированных компетенций
5-балльная шкала	
	<ul style="list-style-type: none"> – слабо аргументирует научные положения; – затрудняется в формулировании выводов и обобщений; – частично владеет системой специализированных понятий.
«неудовлетворительно» «не зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> – обучающийся не усвоил значительной части программного материала; – допускает существенные ошибки и неточности при рассмотрении проблем в конкретном направлении; – испытывает трудности в практическом применении знаний; – не может аргументировать научные положения; – не формулирует выводов и обобщений.

10.3. Типовые контрольные задания или иные материалы.

Вопросы (задачи) для экзамена представлены в таблице 15.

Таблица 15 – Вопросы (задачи) для экзамена

№ п/п	Перечень вопросов (задач) для экзамена	Код индикатора
1	Решите задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка $y' = 0.212(x^2 + \cos(1.2x)) + 1.544y$	УК-2.3.1
2	Выпишите квадратурную формулу Ньютона-Котеса. Сформулируйте и докажите свойства коэффициентов Котеса.	УК-2.3.1
3	Опишите алгоритм исключения Жордана решения системы линейных алгебраических уравнений.	ПК-8.У.3
4	Заданы функции $x(t) = t^{3/2}$, $y(t) = t^4$, являющиеся элементами пространства $L_2[(0,1)]$. Вычислить нормы элементов x , y , $x+y$ и проверить выполнение неравенства для норм $\ x+y\ \leq \ x\ + \ y\ $.	ПК-8.У.3
5	Опишите схему вычисления обратной матрицы методом исключения Гаусса.	УК-2.3.1
6	Выпишите формулу для вычисления определителя матрицы методом исключения Гаусса.	УК-2.3.1
7	Опишите алгоритм исключения Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений с полным выбором.	УК-2.У.3
8	Какие примеры функциональных метрических пространств Вы можете привести?	УК-2.У.1
9	Опишите алгоритм метода прогонки решения систем с матрицей специального вида: трехдиагональной матрицей.	УК-2.3.1
10	Чему равно число обусловленности матрицы системы: $\begin{cases} 5x - 3.31y = 1.69 \\ 6x - 3.97y = 2.03 \end{cases}$ Как изменится решение этой системы при переходе к системе с той же матрицей и правой частью $(1.7; 2)^T$? Обоснуйте свой ответ.	УК-2.У.3
11	Назовите определение полной системы функций. Приведите примеры. Разложите функцию $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 1, & x \geq 0 \end{cases}$ по системе полиномов Лежандра в пространстве $L_2[-1,1]$.	ПК-1.В.2
12	Определите число обусловленности матрицы	УК-2.3.1

	$\begin{pmatrix} \varepsilon & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \varepsilon & 0 & \dots & 0 \\ \dots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \varepsilon \end{pmatrix}$																
13	Оценить погрешность приближения функции $f(x)=\sqrt{x}$ в точке $x=116$ с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа второй степени, построенного с узлами $x_0=100$, $x_1=121$, $x_2=144$.	УК-2.3.1															
14	Постройте интерполяционный многочлен Лагранжа по следующим данным: <table border="1"><tr><td>i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>x_i</td><td>0</td><td>2</td><td>3</td><td>5</td></tr><tr><td>f_i</td><td>1</td><td>3</td><td>2</td><td>5</td></tr></table>	i	0	1	2	3	x_i	0	2	3	5	f_i	1	3	2	5	ПК-9.В.3
i	0	1	2	3													
x_i	0	2	3	5													
f_i	1	3	2	5													
15	Найдите норму обратной матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -a & a^2 \\ 0 & 1 & -a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	УК-2.3.1															
16	Назовите определение полного функционального пространства и приведите пример.	УК-2.3.1															
17	Вычислите значение полинома Лежандра степени «n» в единице.	УК-2.У.1															
18	Выпишите три первых полинома Лежандра.	УК-2.3.1															
19	Напишите неравенство треугольника в функциональном пространстве $L_2([a,b], \rho(x))$, где $\rho(x)>0$ – весовая функция.	УК-2.3.1															
20	Напишите неравенство Коши-Буняковского в функциональном Евклидовом пространстве. Докажите это неравенство.	УК-2.3.1															
21	Какие примеры функциональных Евклидовых пространств Вы можете привести?	УК-2.3.1															
22	Аппроксимируйте функцию $f(x)=x$, заданную на отрезке $[-1,0]$ тригонометрическим многочленом с помощью метода наименьших квадратов. Выпишите $n=5$ первых членов разложения.	УК-2.У.3															
23	Назовите аксиомы нормы. Чему равна норма полинома Лежандра степени «n» в функциональном пространстве $L_2([-1,1])$? Обоснуйте свой ответ.	УК-2.3.1															
24	Назовите определение линейного функционального пространства. Приведите примеры.	УК-2.3.1															
25	Вычислите значения первой и второй производных функции $y=\arctg(x^{0.5})$, используя интерполяционную формулу Стирлинга для $x=1.58$.	УК-2.3.1															
26	Назовите аксиомы расстояния. Чему равно расстояние от элемента 1 до многообразия Se^x в пространстве $L_2((-\infty,\infty), e^{-t})$, где $t=x^2/2$? Обоснуйте свой ответ.	ПК-8.У.3															
27	Преобразуйте систему $\begin{cases} x_1+0.2x_2+0.15x_3=0.1 \\ -0.05x_1+x_2+0.05x_3=0.9 \\ -0.3x_1-0.1x_2+x_3=0.8 \end{cases}$ к виду, пригодному для применения итерационных методов, и решите методом простой итерации с погрешностью, не превосходящей 0.01.	ПК-9.В.3															
28	Решите систему линейных уравнений $\begin{cases} x_1+4x_2+6x_3=16 \\ 2x_1+10x_2+18x_3=48 \\ 4x_2+24x_3+49x_4=131 \end{cases}$ методом Жордана.	ПК-1.В.2															

29	Решите краевую задачу для трехточечного разностного уравнения (или просто разностную краевую задачу), используя метод прогонки. $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \\ -x_2 + 3x_3 + x_4 = 11 \\ -x_3 + 4x_4 = 13 \end{cases}$	ПК-8.У.3
30	Решите систему линейных уравнений $A \cdot x = b$ методом LU разложений. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -3 & -2 & 4 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ $b = \begin{pmatrix} -7 \\ 13 \\ -9 \end{pmatrix}$ Оцените погрешность решения системы, если погрешность задания вектора b равна 0.01.	ПК-8.У.3
31	Постройте квадратичный интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $1/(e^x - 1)$ на отрезке $[0.6; 1]$. Найти оценку погрешности интерполяции в заданной точке $x_0 = 0.8$ и на всем отрезке. В качестве узлов взять точки, отвечающие корням многочлена Чебышева.	УК-2.3.1
32	Найдите число обусловленности матрицы $\begin{pmatrix} 5 & 8 & -2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 2 & 8 & 2 \end{pmatrix}$	УК-2.3.1
33	Решите систему линейных алгебраических уравнений методом Гаусса $\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 = -7 \\ -3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 13 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 = -9 \end{cases}$	ПК-9.В.3
34	Аппроксимируйте функцию $ x $, заданную на отрезке $[-1, 1]$ алгебраическим многочленом степени $n=4$ с помощью метода наименьших квадратов. Используйте многочлены Лежандра. Определите величину среднеквадратичного отклонения построенного многочлена от функции $ x $ на заданном отрезке.	УК-2.3.1
35	Дана последовательность функций $1, x, x^2, x^3, \dots$. Постройте ортонормированную систему функций $e_1, e_2, e_3, e_4, \dots$, в пространстве $L_2([-1, 1])$, используя теорему об ортогонализации.	УК-2.3.1
36	Отделите корни уравнения $f(x) = x^3 - 5x^2 + 3x + 7$ аналитически и уточните их методом итераций с точностью до 0.001.	УК-2.3.1
37	Сформулируйте и докажите теорему о существовании и единственности интерполяционного многочлена Лагранжа.	УК-2.У.1
38	Выпишите многочлен Лагранжа первой, второй и третьей степени для произвольных и равноотстоящих узлов.	УК-2.3.1
39	Оцените максимальную погрешность интерполирования многочленом Лагранжа для равноотстоящих узлов.	УК-2.3.1
40	Какое значение примет многочлен Лагранжа, если значение аргумента совпадает с одним из узловых значений?	УК-2.3.1
41	Запишите формулу парабол (Симпсона) приближенного интегрирования функций.	УК-2.3.1
42	Составьте схему построения разделенных разностей.	УК-2.3.1

43	Сформулируйте и докажите свойства конечных разностей.	УК-2.У.1
44	Выпишите соотношение, связывающее разделенные и конечные разности.	УК-2.3.1
45	Выпишите формулу трапеций приближенного интегрирования функций.	УК-2.3.1
46	Опишите алгоритм метода Ньютона, называемого также методом касательных, для решения нелинейных уравнений.	ПК-8.У.3
47	Как связаны между собой метод итераций и метод Ньютона для решения нелинейных уравнений?	УК-2.У.3
48	Решите уравнение $3\sin(x-\pi/3)=5x-2x^2-2$ методом касательных.	ПК-9.В.3
49	Опишите алгоритм исключения Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений с частичным выбором по столбцам.	ПК-1.В.2
50	Заданы функции $x(t)=1$, $y(t)=t$, $z(t)=t^2$, являющиеся элементами пространства $C[(0,1)]$. Вычислите расстояния $\rho(x,y)$, $\rho(x,z)$, $\rho(y,z)$ и проверьте выполнение неравенства треугольника.	УК-2.У.3

Вопросы (задачи) для зачета / дифф. зачета представлены в таблице 16.

Таблица 16 – Вопросы (задачи) для зачета / дифф. зачета

№ п/п	Перечень вопросов (задач) для зачета / дифф. зачета	Код индикатора
	Учебным планом не предусмотрено	

Перечень тем для курсового проектирования/выполнения курсовой работы представлены в таблице 17.

Таблица 17 – Перечень тем для курсового проектирования/выполнения курсовой работы

№ п/п	Примерный перечень тем для курсового проектирования/выполнения курсовой работы
	Учебным планом не предусмотрено

Вопросы для проведения промежуточной аттестации в виде тестирования представлены в таблице 18.

Таблица 18 – Примерный перечень вопросов для тестов

№ п/п	Примерный перечень вопросов для тестов	Код индикатора
1	Раскройте скобки и упростите выражение $(x+5)(-2x+10)$ 1) $-2x^2+50$ 2) $2x^2-50$ 3) $2-x$	УК-2.3.1
2	Решите уравнение $x^2+2x-8=0$ 1) -4 2) 2 3) $-4; 2$	УК-2.3.1
3	Проинтегрируйте функцию e^{2x} на промежутке от 0 до 1 1) 3.565 2) 3.195 3) 3.825	УК-2.3.1
4	Найдите производную функции $y=2^{\sin 2x}$	УК-2.3.1

	1) $2 \cdot 2^{\sin 2x} \cdot \cos 2x \cdot \ln 2$ 2) $2 \cdot 2^{\sin 2x} \cdot \sin 2x \cdot \ln 2$ 3) $2 \cdot 2^{\cos 2x} \cdot \sin 2x \cdot \ln 2$	
5	Решите систему уравнений $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2. \end{cases}$ 1) 1;2;3 2) 1;2;-2 3) -1;-2;2	УК-2.3.1
6	Закончите фразу. Приближенным числом «а» называют число, незначительно отличающееся от ... 1) точного А 2) неточного А 3) среднего А 4) точного не известного А 5) приблизительного А	УК-2.3.1
7	Закончите фразу. «а» называется приближенным значением числа А по избытку, если ... 1) $a < A$ 2) $a = A$ 3) $a \geq A$ 4) $a \leq A$ 5) $a > A$	УК-2.3.1
8	Определить предельную абсолютную погрешность числа $g=9.8$, заменяющего число $g=9.80665 \text{ м/с}^2$. 1) 0.007 2) 0.006 3) 9.806 4) 0.7 5) 0.008	УК-2.У.3
9	Закончите фразу. Погрешность, связанная с самой постановкой математической задачи, – это ... 1) погрешность задачи 2) погрешность метода 3) остаточная погрешность 4) погрешность действия 5) начальная	УК-2.3.1
10	Закончите фразу. Погрешность, связанная с наличием в математических формулах числовых параметров, называется ... 1) конечной 2) абсолютной 3) начальной 4) относительной 5) остаточной	УК-2.3.1
11	Округлите число $\pi = 3.1415926535...$ до пяти значащих цифр: 1) 3.1416 2) 3.1425 3) 3.142 4) 3.14 5) 0.1415	УК-2.У.3
12	Найти значение $\ln 3$ с точностью до 10^{-5} .	ПК-1.В.2

	1) 1.09861 2) 1.01 3) 1.098132 4) 1.02 5) 1.3	
13	Назовите метод, с помощью которого число верных цифр примерно удваивается на каждом этапе по сравнению с первоначальным количеством: 1) формула Тейлора 2) формула Маклорена 3) метод Крамера 4) процесс Даламбера 5) процесс Герона	УК-2.3.1
14	Методом половинного деления уточните корень уравнения $x^4+2x^3-x-1=0$. 1) 0.234 2) 0.867 3) 0.2 4) 0.43 5) 0.861	ПК-8.У.3
15	Найдите вещественные корни уравнения $x-\sin x=0.25$. 1) 1.23 2) 2.45 3) 4.8 4) 1.17 5) 5.63	УК-2.У.1
16	Закончите фразу. Метод, позволяющий получить корни системы с заданной точностью путем сходящихся бесконечных процессов, – это ... 1) итерационный метод 2) точный метод 3) приближенный метод 4) относительный метод 5) метод Зейделя	УК-2.3.1
17	Закончите фразу. Целый однородный полином второй степени от «n» переменных называется ... 1) кубической формой 2) прямоугольной формой 3) квадратичной формой 4) треугольной формой 5) матричной формой	УК-2.3.1
18	Простейшая форма этого метода заключается в том, что на каждом шаге обращают в нуль максимальную по модулю невязку путем изменения значения соответствующей компоненты приближения. 1) метод ослабления 2) итерационный метод 3) метод обратных матриц 4) ведущий метод 5) метод Гаусса	УК-2.3.1
19	Сформулируйте первую теорему Больцано-Коши. 1) Уравнение вида $\alpha_0x^n+\alpha_1x^{n-1}+\dots+\alpha_{n-1}x+\alpha_n=0$ имеет равно «n» корней, вещественных или комплексных, если корень кратности «k» считать за «k» корней.	УК-2.3.1

	2) Если функция $f(x)$ определена и непрерывна на отрезке $[a;b]$, то она интегрируема на этом отрезке. 3) Если функция $f(x)$ определена и непрерывна на отрезке $[a;b]$ и принимает на его концах значения разных знаков, то на $[a;b]$ содержится, по меньшей мере, один корень уравнения $f(x)=0$. 4) Если функция $f(x)$ определена и дифференцируема на отрезке $[a;b]$, то она непрерывна на этом отрезке. 5) Определитель $D= \alpha_{ij} $ n -го порядка равен сумме произведений элементов какой-либо строки (столбца) на их алгебраические дополнения.													
20	Напишите рекуррентную формулу метода простой итерации 1) $x_{n+1}=B \cdot x_n+c$ 2) $x= \varphi$ 3) $x=c$ 4) $x_{n+1}= \psi(x_n)+\varphi(x_n)$ 5) $x_{n+1}= \psi(x_n)-\varphi(x_n)$	ПК-9.В.3												
21	Как иначе называют метод Ньютона? 1) Метод коллокации 2) Метод прогонки 3) Метод касательных 4) Метод итераций 5) Метод хорд	УК-2.3.1												
22	Что общего у метода хорд и метода итераций? 1) Свойство самоисправляемости. 2) Общая скорость и свойство самоисправляемости. 3) Общая скорость. 4) Легкость при решении. 5) Требуется нахождение производной	УК-2.3.1												
23	Закончите фразу. Все методы вычисления интегралов делятся на ... 1) Прямые и итеративные 2) Прямые и косвенные 3) Точные и приближенные 4) Аналитические и графические 5) Приближенные и систематические	УК-2.3.1												
24	Закончите фразу. Геометрическая нижняя сумма Дарбу равна 1) Площади ступенчатого многоугольника, содержащегося в криволинейной трапеции. 2) Площади ступенчатого многоугольника, содержащего внутри себя криволинейную трапецию. 3) Площади прямоугольного параллелепипеда. 4) Площади ступенчатого шестиугольника. 5) Площади ступенчатого прямоугольника.	УК-2.3.1												
25	Для заданной таблицы значений определите степень алгебраического интерполяционного полинома <table><tr><td>t_i</td><td>-1</td><td>3</td><td>-1</td><td>0</td><td>2</td></tr><tr><td>x_i</td><td>2</td><td>2</td><td>0</td><td>-1</td><td>4</td></tr></table> 1) $n=1$ 2) $n=0$ 3) $n=3$ 4) $n=4$	t_i	-1	3	-1	0	2	x_i	2	2	0	-1	4	ПК-1.В.2
t_i	-1	3	-1	0	2									
x_i	2	2	0	-1	4									
26	Проинтегрируйте функцию x^3 на промежутке от 0 до 2 методом левых прямоугольников. Число отрезков $n=4$.	ПК-8.У.3												

	1) 7/4 2) 4/7 3) 3/7 4) 7/3																							
27	Найдите собственные числа матрицы $\begin{pmatrix} 5 & 8 & -2 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 8 & 2 \end{pmatrix}$ 1) (2;0;8) ^t 2) (4;2;0) ^t 3) (4;8;0) ^t 4) (8;4;0) ^t	УК-2.У.1																						
28	Закончите фразу. Методы вычислений, связанные с заменой бесконечных процессов конечной последовательностью действий, –это ... 1) аналитические методы 2) точные методы 3) точные аналитические методы 4) приближенные методы 5) численные методы	УК-2.3.1																						
29	Дана таблица значений коэффициента φ снижения допускаемых напряжений на сжатие, соответствующих гибкости λ стального стержня. <table><tr><td>λ</td><td>10</td><td>30</td><td>50</td><td>70</td><td>90</td><td>110</td><td>150</td><td>170</td><td>190</td><td>210</td></tr><tr><td>φ</td><td>0.987</td><td>0.931</td><td>0.852</td><td>0.754</td><td>0.612</td><td>0.478</td><td>0.286</td><td>0.218</td><td>0.177</td><td>0.147</td></tr></table> Для стального стержня с гибкостью λ=140 интерполяцией значений λ и φ найдите коэффициент φ снижения допускаемых напряжений на сжатие. 1) 0.54 2) 0.83 3) 0.62 4) 0.33 5) 0.16	λ	10	30	50	70	90	110	150	170	190	210	φ	0.987	0.931	0.852	0.754	0.612	0.478	0.286	0.218	0.177	0.147	ПК-9.В.3
λ	10	30	50	70	90	110	150	170	190	210														
φ	0.987	0.931	0.852	0.754	0.612	0.478	0.286	0.218	0.177	0.147														
30	Закончите фразу. Величина, равная максимально возможному коэффициенту усиления относительной погрешности от правой части к решению системы линейных алгебраических уравнений A·x=b (det A≠0, b≠0), –это ... 1) норма матрицы A 2) определитель матрицы A 3) число обусловленности матрицы A 4) след матрицы A 5) ранг матрицы A	УК-2.3.1																						

Перечень тем контрольных работ по дисциплине обучающихся заочной формы обучения, представлены в таблице 19.

Таблица 19 – Перечень контрольных работ

№ п/п	Перечень контрольных работ
	Не предусмотрено

10.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания индикаторов, характеризующих этапы формирования компетенций, содержатся в локальных нормативных актах ГУАП, регламентирующих порядок и процедуру проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся ГУАП.

11. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

11.1. Методические указания для обучающихся по освоению лекционного материала.

Основное назначение лекционного материала – логически стройное, системное, глубокое и ясное изложение учебного материала. Назначение современной лекции в рамках дисциплины не в том, чтобы получить всю информацию по теме, а в освоении фундаментальных проблем дисциплины, методов научного познания, новейших достижений научной мысли. В учебном процессе лекция выполняет методологическую, организационную и информационную функции. Лекция раскрывает понятийный аппарат конкретной области знания, её проблемы, дает цельное представление о дисциплине, показывает взаимосвязь с другими дисциплинами.

Планируемые результаты при освоении обучающимися лекционного материала:

- получение современных, целостных, взаимосвязанных знаний, уровень которых определяется целевой установкой к каждой конкретной теме;
- получение опыта творческой работы совместно с преподавателем;
- развитие профессионально-деловых качеств, любви к предмету и самостоятельного творческого мышления;
- появление необходимого интереса, необходимого для самостоятельной работы;
- получение знаний о современном уровне развития науки и техники и о прогнозе их развития на ближайшие годы;
- научиться методически обрабатывать материал (выделять главные мысли и положения, приходить к конкретным выводам, повторять их в различных формулировках);
- получение точного понимания всех необходимых терминов и понятий.

Лекционный материал может сопровождаться демонстрацией слайдов и использованием раздаточного материала при проведении коротких дискуссий об особенностях применения отдельных тематик по дисциплине.

Структура предоставления лекционного материала:

- Определения математических терминов.
- Формулировка теоремы.
- Доказательство теоремы.
- Иллюстрирующие примеры.

11.2. Методические указания для обучающихся по участию в семинарах

Не предусмотрено учебным планом по данной дисциплине.

11.3. Методические указания для обучающихся по прохождению практических занятий

Практическое занятие является одной из основных форм организации учебного процесса, заключающаяся в выполнении обучающимися под руководством преподавателя комплекса учебных заданий с целью усвоения научно-теоретических основ учебной дисциплины, приобретения умений и навыков, опыта творческой деятельности.

Целью практического занятия для обучающегося является привитие обучающимся умений и навыков практической деятельности по изучаемой дисциплине.

Планируемые результаты при освоении обучающимися практических занятий:

- закрепление, углубление, расширение и детализация знаний при решении конкретных задач;
- развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;

- овладение новыми методами и методиками изучения конкретной учебной дисциплины;
- выработка способности логического осмысления полученных знаний для выполнения заданий;
- обеспечение рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм обучения.

Требования к проведению практических занятий.

Практические занятия начинаются с записи в журнал преподавателя присутствующих студентов. Затем объявляется тема практических занятий и выдается задание. Студенты решают задачи, используя знания, полученные на лекции. В конце практического занятия студентам выдается домашнее задание в виде расчетно-графической работы, которую они выполняют и сдают преподавателю в установленные сроки.

11.4. Методические указания для обучающихся по выполнению лабораторных работ

Не предусмотрено учебным планом по данной дисциплине

11.5. Методические указания для обучающихся по прохождению курсового проектирования/выполнения курсовой работы

Не предусмотрено учебным планом по данной дисциплине.

11.6. Методические указания для обучающихся по прохождению самостоятельной работы

В ходе выполнения самостоятельной работы, обучающийся выполняет работу по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Для обучающихся по заочной форме обучения, самостоятельная работа может включать в себя контрольную работу.

В процессе выполнения самостоятельной работы, у обучающегося формируется целесообразное планирование рабочего времени, которое позволяет им развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, помогает получить навыки повышения профессионального уровня.

Методическими материалами, направляющими самостоятельную работу обучающихся являются:

- учебно-методический материал по дисциплине;
- методические указания по выполнению контрольных работ (для обучающихся по заочной форме обучения).

11.7. Методические указания для обучающихся по прохождению текущего контроля успеваемости.

Текущий контроль успеваемости предусматривает контроль качества знаний обучающихся, осуществляемого в течение семестра с целью оценивания хода освоения дисциплины.

Текущий контроль включает:

- контроль посещаемости и работы на практических занятиях;
- результаты написания студентами двух контрольных работ в семестре.

Результаты текущего контроля оцениваются в баллах, и учитываются при проведении промежуточных аттестаций.

Система оценок при проведении текущего контроля и промежуточной аттестации осуществляется в соответствии с руководящим документом организации РДО ГУАП. СМК 3.76 «Положение о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов и аспирантов, обучающихся по образовательным программам высшего образования в ГУАП» https://docs.guap.ru/guap/2020/sto_smk-3-76.pdf.

Проведение текущего контроля успеваемости осуществляется также с помощью практических работ, приведенных в таблице 5, и вопросов к тесту, приведенных в таблице 18.

11.8. Методические указания для обучающихся по прохождению промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация обучающихся предусматривает оценивание промежуточных и окончательных результатов обучения по дисциплине. Она включает в себя:

- экзамен – форма оценки знаний, полученных обучающимся в процессе изучения всей дисциплины или ее части, навыков самостоятельной работы, способности применять их для решения практических задач. Экзамен, как правило, проводится в период экзаменационной сессии и завершается аттестационной оценкой «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Студент может получить положительную оценку на экзамене только после успешной сдачи всех практических работ. В случае, если студент по уважительной причине не выполнил требования текущего контроля, ему предоставляется возможность сдать задолженности по пропущенным темам.

Форма проведения промежуточной аттестации – устная. Вопросы для проведения экзамена представлены в таблице 15.

Система оценок при проведении текущего контроля и промежуточной аттестации осуществляется в соответствии с руководящим документом организации РДО ГУАП. СМК 3.76 «Положение о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов и аспирантов, обучающихся по образовательным программам высшего образования в ГУАП» https://docs.guap.ru/guap/2020/sto_smk-3-76.pdf

Лист внесения изменений в рабочую программу дисциплины

Дата внесения изменений и дополнений. Подпись внесшего изменения	Содержание изменений и дополнений	Дата и № протокола заседания кафедры	Подпись зав. кафедрой