

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
"САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ"

Кафедра № 1

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель программы

д. ф. - м. н. , доц.
(должность, уч. степень, звание)

А. О. Смирнов
(инициалы, фамилия)
(подпись)

«10» февраля 2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Функциональный анализ»
(Наименование дисциплины)

Код научной специальности	1.1.2.
Наименование научной специальности	Дифференциальные уравнения и математическая физика
Наименование направленности (профиля) (при наличии)	
Год начала реализации программы	2025

Лист согласования рабочей программы дисциплины

Программу составил (а)

д. ф. - м. н. , доц.
(должность, уч. степень, звание)

(подпись, дата) 03.02.25 А. О. Смирнов
(инициалы, фамилия)

Программа одобрена на заседании кафедры № 1

«03» февраля 2025 г, протокол № 02/1

Заведующий кафедрой № 1

д. ф. - м. н. , доц.
(уч. степень, звание)

(подпись, дата) 03.02.25 А. О. Смирнов
(инициалы, фамилия)

Ответственный за программу 1.1.2.

д. ф. - м. н. , доц.
(должность, уч. степень, звание)

(подпись, дата) 03.02.25 А. О. Смирнов
(инициалы, фамилия)

Заместитель директора института ФПИ по методической работе

доц. , к. т. н.
(должность, уч. степень, звание)

(подпись, дата) 03.02.25 Н. Ю. Ефремов
(инициалы, фамилия)

Аннотация

Дисциплина «Функциональный анализ» входит в состав программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре по научной специальности 1.1.2. «Дифференциальные уравнения и математическая физика». Дисциплина реализуется кафедрой «№1».

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с функциональным анализом и его приложениями

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: *лекции, самостоятельная работа обучающегося, консультации.*

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости, промежуточная аттестация в форме зачета.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 1 зачетную единицу, 36 часов.

Язык обучения по дисциплине «русский»

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

1.1. Цели преподавания дисциплины

Целью преподавания факультативной дисциплины «Функциональный анализ» является дополнительная математическая подготовка аспирантов для выполнения научно-исследовательских работ в областях:

- разработки и анализа физико-математических моделей исследуемых процессов, явлений и объектов, относящихся к профессиональной сфере;
- выработки оптимальных методов и путей решения задач, относящихся к профессиональной сфере.

1.2. Дисциплина входит в состав программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре.

1.3. В результате изучения дисциплины аспирант должен:

знать:

- базовые понятия функционального анализа (банаховы пространства, норма и т.д.)
- методы приближенных решений функциональных уравнений
- терминологию и основные понятия функционального анализа

уметь:

- разбираться в специальной литературе, посвященной продвинутым методам функционального анализа
- выбирать наиболее быстрые методы решения, в зависимости от поставленных задач
- аргументировать свои выводы владеть:
- применения операторных методов при решении линейных и нелинейных задач
- по моделированию функциональных систем уравнений; - по применению сходимости функций.

2. Место дисциплины в структуре программы

Дисциплина базируется на знаниях, ранее приобретенных обучающимися при изучении следующих дисциплин:

- Математический анализ
- Аналитическая геометрия и линейная алгебра

Знания, полученные при изучении материала данной дисциплины, имеют как самостоятельное значение, так и используются при проведении научно-исследовательской работы.

3. Объем и трудоемкость дисциплины

Данные об общем объеме дисциплины, трудоемкости отдельных видов учебной работы по дисциплине (и распределение этой трудоемкости по семестрам) представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Объем и трудоемкость дисциплины

Вид учебной работы	Всего	Трудоемкость по семестрам
		№1
1	2	3
<i>Общая трудоемкость дисциплины, ЗЕ/ (час)</i>	1/ 36	1/ 36
<i>Из них часов практической подготовки, (час)</i>		
<i>Аудиторные занятия, всего час.</i>	7	7
в том числе:		
лекции (Л), (час)	7	7
практические/семинарские занятия (ПЗ), (час)		

экзамен, (час)		
Самостоятельная работа (СР), всего (час)	29	29
Вид промежуточной аттестации: зачет, дифф. зачет, экзамен (Зачет, Дифф. зач, Экз.**)	Зачет	Зачет

Примечание: ** кандидатский экзамен

4. Содержание дисциплины

4.1. Распределение трудоемкости дисциплины по разделам и видам занятий.

Разделы, темы дисциплины и их трудоемкость приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Разделы, темы дисциплины, их трудоемкость

Разделы, темы дисциплины	Лекции (час)	ПЗ (СЗ) (час)	СРС (час)
Семестр 1			
Раздел 1. Нормированные линейные гильбертовы пространства	2		8
Раздел 2. Линейные функционалы и линейные операторы.	2		7
Раздел 3. Пространства функций	3		14
Итого в семестре:	7		29
Итого	7	0	29

Практическая подготовка заключается в непосредственном выполнении аспирантами определенных трудовых функций, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

4.2. Содержание разделов и тем лекционных занятий.

Содержание разделов и тем лекционных занятий приведено в таблице 3.

Таблица 3 – Содержание разделов и тем лекционного цикла

Номер раздела	Название и содержание разделов и тем лекционных занятий
1	Нормированные линейные гильбертовы пространства Принцип сжимающих отображений и его применение к интегральным уравнениям. Компактность. Теорема Арцела. Линейные функционалы, теорема Хана-Банаха. Процесс ортогонализации в евклидовых и нормированных пространствах. Теорема Рисса-Фишера. Гильбертовы пространства и их изоморфизм. Примеры банаховых алгебр.
2	Линейные функционалы и линейные операторы Ортогональные системы функций. Непрерывные линейные функционалы. Сопряженное пространство и слабая сходимость. Линейные и компактные операторы. Самосопряженные операторы, спектр оператора, резольвента. Собственные значения компактного оператора. Измеримые функции и понятие интеграла Лебега и Стильтьеса.

3	Пространства функций Пространство L1. Сходимость в среднем и квадратичном. Сходимость функциональных последовательностей. Ортогональный базис и ортогональные многочлены. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье. Формула обращения. Применение преобразования Фурье к решению уравнения теплопроводности. преобразование Лапласа. Применение преобразования Лапласа к решению дифференциальных уравнений. Применение преобразования Фурье-Стилтьеса в теории вероятности. Линейные интегральные уравнения. Примеры задач. Интегральный оператор и метод фредгольма. Элементы дифференциального исчисления в линейных пространствах.
----------	--

4.3. Практические (семинарские) занятия

Темы практических занятий и их трудоемкость приведены в таблице 4.

Таблица 4 – Практические занятия и их трудоемкость

№ п/п	Темы практических занятий	Формы практических занятий	Трудоемкость, (час)	Из них практической подготовки, (час)	№ раздела дисциплины
Учебным планом не предусмотрено					
Всего					

4.4. Самостоятельная работа аспирантов

Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость приведены в таблице 5.

Таблица 5 – Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость

Вид самостоятельной работы	Всего, час	Семестр 1, час
1	2	3
Изучение теоретического материала дисциплины (ТО)	19	19
Расчетно-графические задания (РГЗ)		
Выполнение реферата (Р)		
Подготовка к текущему контролю успеваемости (ТКУ)		
Домашнее задание (ДЗ)	10	10
Подготовка к промежуточной аттестации (программы аспирантуры)		
Всего:	29	29

5. Перечень учебно-методического обеспечения

для самостоятельной работы аспирантов по дисциплине

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы аспирантов указаны в п.п. 6-11.

6. Перечень печатных и электронных учебных изданий

Перечень печатных и электронных учебных изданий приведен в таблице 6.
Таблица 6– Перечень печатных и электронных учебных изданий

Шифр/ URL адрес	Библиографическая ссылка	Количество экземпляров в библиотеке (кроме электронных экземпляров)
ЭБС Лань	Люстерник, Л.А. Краткий курс функционального анализа [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Л.А. Люстерник, В.И. Соболев. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 272 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/245 . — Загл. с экрана.	ЭБС
ЭБС Лань	Филимоненкова, Н.В. Сборник задач по функциональному анализу [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 240 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/65041 . — Загл. с экрана.	ЭБС

7. Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины приведен в таблице 7.

Таблица 7 – Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

URL адрес	Наименование
http://www.math-net.ru http://e.lanbook.com/view	Общероссийский математический портал ЭБС «Лань»

8. Перечень информационных технологий

8.1. Перечень программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.

Перечень используемого программного обеспечения представлен в таблице 8.

Таблица 8 – Перечень программного обеспечения

№ п/п	Наименование
	Не предусмотрено

8.2. Перечень информационно-справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень используемых информационно-справочных систем представлен в таблице 9.

Таблица 9– Перечень информационно-справочных систем

№ п/п	Наименование
	Не предусмотрено

9. Материально-техническая база

Состав материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине, представлен в таблице 10.

Таблица 10 – Состав материально-технической базы

№ п/п	Наименование составной части материально-технической базы	Номер аудитории (при необходимости)
1	Лекционная аудитория	

10. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

10.1. Состав оценочных средств для проведения промежуточной аттестации аспирантов по дисциплине приведен в таблице 11.

Таблица 11 – Состав оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Вид промежуточной аттестации	Перечень оценочных средств
Зачет	Список вопросов;

10.2. В качестве критериев оценки уровня освоения аспирантами дисциплины применяется 4-балльная шкала оценивания, которая приведена в таблице 12. В течение семестра может использоваться 100-балльная шкала модульно-рейтинговой системы Университета, правила использования которой, установлены соответствующим локальным нормативным актом ГУАП.

Таблица 12 – Критерии оценки уровня освоения дисциплины

Оценка	Характеристика уровня освоения дисциплины
4-балльная шкала	
«отлично» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> – аспирант глубоко и всесторонне усвоил программный материал; – уверенно, логично, последовательно и грамотно его излагает; – опираясь на знания основной и дополнительной литературы, тесно привязывает усвоенные научные положения с практической деятельностью по направлению подготовки/ специальности; – умело обосновывает и аргументирует выдвигаемые им идеи; – делает выводы и обобщения; – свободно владеет системой специализированных понятий.
«хорошо» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> – аспирант твердо усвоил программный материал, грамотно и по существу излагает его, опираясь на знания основной литературы; – не допускает существенных неточностей; – увязывает усвоенные знания с практической деятельностью по направлению подготовки/ специальности; – аргументирует научные положения; – делает выводы и обобщения; – владеет системой специализированных понятий.
«удовлетворительно» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> – аспирант усвоил только основной программный материал, по существу излагает его, опираясь на знания только основной литературы; – допускает несущественные ошибки и неточности; – испытывает затруднения в практическом применении знаний по направлению подготовки/ специальности; – слабо аргументирует научные положения; – затрудняется в формулировании выводов и обобщений; – частично владеет системой специализированных понятий.

Оценка	Характеристика уровня освоения дисциплины
4-балльная шкала	
«неудовлетворительно» «не зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> – аспирант не усвоил значительной части программного материала; – допускает существенные ошибки и неточности при рассмотрении проблем в конкретном направлении подготовки/специальности; – испытывает трудности в практическом применении знаний; – не может аргументировать научные положения; – не формулирует выводов и обобщений.

10.3. Типовые контрольные задания или иные материалы.

Вопросы (задачи) для экзамена представлены в таблице 13.

Таблица 13 – Вопросы (задачи) для экзамена

№ п/п	Перечень вопросов (задач) для экзамена
	Учебным планом не предусмотрено

Вопросы (задачи) для зачета / дифф. зачета представлены в таблице 14.

Таблица 14 – Вопросы (задачи) для зачета / дифф. зачета

№ п/п	Перечень вопросов (задач) для зачета / дифф. зачета
1	Метрики и метрические пространства
2	Примеры и свойства полных метрических пространств
3	Неподвижные точки отображений
4	Векторные пространства
5	Нормы и нормированные пространства
6	Банаховы пространства
7	Гильбертовы пространства
8	Существование и единственность решения интегральных уравнений
9	Пространство линейных функционалов. Теорема Рисса.
10	Собственные значения и компактные операторы
11	Сходимость в среднем и квадратичном
12	Неравенство Коши-Буняковского. Ортогональность.
13	Линейные операторы в Гильбертовом пространстве
14	Пространства Лебега
15	Пространства Соболева
16	Интеграл Фурье и его применение
17	Преобразование Фурье и его применение.
18	Теорема Хана-Банаха о расширении функционала
19	Применение интеграла Фурье
20	Преобразование Лапласа
21	Применение преобразования Лапласа к решению дифференциальных уравнений.
22	Применение преобразования Фурье-Стилтьеса в теории вероятности.
23	Линейные интегральные уравнения. Метод Фредгольма.

Вопросы для проведения промежуточной аттестации в виде тестирования представлены в таблице 15.

Таблица 15 – Примерный перечень вопросов для тестов

№ п/п	Примерный перечень вопросов для тестов
	Учебным планом не предусмотрено

10.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания уровня освоения дисциплины, содержатся в локальных нормативных актах ГУАП, регламентирующих порядок и процедуру проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации аспирантов ГУАП.

11. Методические указания для аспирантов по освоению дисциплины
(Ниже приводятся рекомендации по составлению данного раздела)

11.1. Методические указания для аспирантов по освоению лекционного материала (если предусмотрено учебным планом по данной дисциплине).

Основное назначение лекционного материала – логически стройное, системное, глубокое и ясное изложение учебного материала. Назначение современной лекции в рамках дисциплины не в том, чтобы получить всю информацию по теме, а в освоении фундаментальных проблем дисциплины, методов научного познания, новейших достижений научной мысли. В учебном процессе лекция выполняет методологическую, организационную и информационную функции. Лекция раскрывает понятийный аппарат конкретной области знания, её проблемы, дает цельное представление о дисциплине, показывает взаимосвязь с другими дисциплинами.

Планируемые результаты при освоении аспирантами лекционного материала:

- получение современных, целостных, взаимосвязанных знаний, уровень которых определяется целевой установкой к каждой конкретной теме;
- получение опыта творческой работы совместно с преподавателем;
- развитие профессионально-деловых качеств, любви к предмету и самостоятельного творческого мышления.
- появление необходимого интереса, необходимого для самостоятельной работы;
- получение знаний о современном уровне развития науки и техники и о прогнозе их развития на ближайшие годы;
- научиться методически обрабатывать материал (выделять главные мысли и положения, приходить к конкретным выводам, повторять их в различных формулировках);
- получение точного понимания всех необходимых терминов и понятий.

Лекционный материал может сопровождаться демонстрацией слайдов и использованием раздаточного материала при проведении коротких дискуссий об особенностях применения отдельных тематик по дисциплине.

11.2. Методические указания для аспирантов по прохождению самостоятельной работы

В ходе выполнения самостоятельной работы, аспирант выполняет работу по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

В процессе выполнения самостоятельной работы, у аспиранта формируется целесообразное планирование рабочего времени, которое позволяет ему развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, помогает получить навыки повышения профессионального уровня.

Методическими материалами, направляющими самостоятельную работу аспиранта являются:

- учебно-методический материал по дисциплине;
- методические указания по выполнению контрольных работ (для обучающихся по заочной форме обучения).

11.3. Методические указания для аспирантов по прохождению текущего контроля успеваемости.

Текущий контроль успеваемости предусматривает контроль качества знаний аспирантов, осуществляемый в течение семестра с целью оценивания хода освоения дисциплины.

Возможные методы текущего контроля успеваемости аспирантов:

- устный опрос на занятиях;
- систематическая проверка выполнения индивидуальных заданий;
- защита отчётов по лабораторным работам;
- тестирование;
- контроль самостоятельных работ (в письменной или устной формах);
- иные виды, определяемые преподавателем.

11.4. Методические указания для аспирантов по прохождению промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация аспирантов предусматривает оценивание промежуточных и окончательных результатов обучения по дисциплине. Она включает в себя:

– зачет – это форма оценки знаний, полученных аспирантами в ходе изучения учебной дисциплины в целом или промежуточная (по окончании семестра) оценка знаний аспирантов по отдельным разделам дисциплины (модуля) с аттестационной оценкой «зачтено» или «не зачтено».

Лист внесения изменений в рабочую программу дисциплины

Дата внесения изменений и дополнений. Подпись внесшего изменения	Содержание изменений и дополнений	Дата и № протокола заседания кафедры	Подпись зав. кафедрой