

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
"САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ"

Кафедра № 1

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель образовательной программы

д.ф.-м.н., доц.

(должность, уч. степень, звание)

А.О. Смирнов

(инициалы, фамилия)

(подпись)

«15» декабря 2025 г

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Разностные уравнения»

(Наименование дисциплины)

Код направления подготовки/ специальности	01.03.02
Наименование направления подготовки/ специальности	Прикладная математика и информатика
Наименование направленности/ специализации	Прикладная математика и информатика в наукоемком производстве
Форма обучения	очная
Год приема	2026

Санкт-Петербург– 2026

Лист согласования рабочей программы дисциплины

Программу составил (а)

д.ф.-м.н.,доц.

(должность, уч. степень, звание)



08.12.25

(подпись, дата)

А.О. Смирнов

(инициалы, фамилия)

Программа одобрена на заседании кафедры № 1

«08» декабря 2025 г, протокол № 05

Заведующий кафедрой № 1

д.ф.-м.н.,доц.

(уч. степень, звание)



08.12.25

(подпись, дата)

А.О. Смирнов

(инициалы, фамилия)

Заместитель директора института ФПТИ по методической работе

доц.,к.т.н.,доц.

(должность, уч. степень, звание)



08.12.25

(подпись, дата)

Н.Ю. Ефремов

(инициалы, фамилия)

Аннотация

Дисциплина «Разностные уравнения» входит в образовательную программу высшего образования – программу бакалавриата по направлению подготовки/специальности 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» направленности/специализации «Прикладная математика и информатика в наукоемком производстве». Дисциплина реализуется кафедрой «№1».

Дисциплина нацелена на формирование у выпускника следующих компетенций:

ПК-7 «Способен выбирать аналитические и численные методы при разработке математических моделей наукоемкой продукции и процессов ее изготовления, стандартные методы и средства проектирования»

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с построением решений динамических систем с дискретным временем.

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, практические занятия, и самостоятельная работа обучающегося.

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости, промежуточная аттестация в форме экзамена (6 семестр).

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 часов.

Язык обучения по дисциплине «русский»

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

1.1. Цели преподавания дисциплины

Цель дисциплины – получение студентами необходимых навыков в области методов решения и анализа поведения решений линейных разностных уравнений, используемых при описании математических моделей объектов и процессов с дискретным временем.

1.2. Дисциплина входит в состав части, формируемой участниками образовательных отношений, образовательной программы высшего образования (далее – ОП ВО).

1.3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОП ВО.

В результате изучения дисциплины обучающийся должен обладать следующими компетенциями или их частями. Компетенции и индикаторы их достижения приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Перечень компетенций и индикаторов их достижения

Категория (группа) компетенции	Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
Профессиональные компетенции	ПК-7 Способен выбирать аналитические и численные методы при разработке математических моделей наукоемкой продукции и процессов ее изготовления, стандартные методы и средства проектирования	ПК-7.3.1 знать методы разработки математических моделей объектов автоматизации и управления ПК-7.У.1 уметь применять прикладные программные средства для анализа и синтеза моделей объектов и процессов

2. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина может базироваться на знаниях, ранее приобретенных обучающимися при изучении следующих дисциплин:

- «Математика. Математический анализ»,
- «Математика. Аналитическая геометрия и линейная алгебра»,
- «Дифференциальные уравнения»

Знания, полученные при изучении материала данной дисциплины, имеют как самостоятельное значение, так и используются при изучении других дисциплин:

- «Нелинейные модели»

3. Объем и трудоемкость дисциплины

Данные об общем объеме дисциплины, трудоемкости отдельных видов учебной работы по дисциплине (и распределение этой трудоемкости по семестрам) представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Объем и трудоемкость дисциплины

Вид учебной работы	Всего	Трудоемкость по семестрам
		№6

1	2	3
Общая трудоемкость дисциплины, ЗЕ/ (час)	3/ 108	3/ 108
Из них часов практической подготовки	17	17
Аудиторные занятия , всего час.	51	51
в том числе:		
лекции (Л), (час)	34	34
практические/семинарские занятия (ПЗ), (час)	17	17
лабораторные работы (ЛР), (час)		
курсовой проект (работа) (КП, КР), (час)		
экзамен, (час)	36	36
Самостоятельная работа , всего (час)	21	21
Вид промежуточной аттестации: зачет, дифф. зачет, экзамен (Зачет, Дифф. зач, Экз.)	Экз.,	Экз.,

4. Содержание дисциплины

4.1. Распределение трудоемкости дисциплины по разделам и видам занятий.

Разделы, темы дисциплины и их трудоемкость приведены в таблице 3.

Таблица 3 – Разделы, темы дисциплины, их трудоемкость

Разделы, темы дисциплины	Лекции (час)	ПЗ (СЗ) (час)	ЛР (час)	КП (час)	СРС (час)
Семестр 6					
Раздел 1. Линейные разностные уравнения. Тема 1.1. Линейные разностные уравнения первого порядка Тема 1.2. Линейные разностные уравнения порядка $n > 1$ Тема 1.3. Линейные однородные разностные уравнения с постоянными коэффициентами Тема 1.4. Линейные неоднородные разностные уравнения с постоянными коэффициентами Тема 1.5. Системы линейных разностных уравнений	12	7			7
Раздел 2. Преобразование Лорана. Тема 2.1. Определения и свойства преобразования Лорана Тема 2.2. Решение линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами методом преобразования Лорана Тема 2.3. Решение систем линейных разностных уравнений методом преобразования Лорана Тема 2.4. Линейные разностные уравнения с рациональными коэффициентами. Метод сведения к дифференциальному уравнению Тема 2.5. Элементы теории управления Тема 2.6. Дискретное преобразование Фурье	22	10			14
Итого в семестре:	34	17			21
Итого	34	17	0	0	21

Практическая подготовка заключается в непосредственном выполнении обучающимися определенных трудовых функций, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

4.2. Содержание разделов и тем лекционных занятий.

Содержание разделов и тем лекционных занятий приведено в таблице 4.

Таблица 4 – Содержание разделов и тем лекционного цикла

Номер раздела	Название и содержание разделов и тем лекционных занятий
1	Тема 1.1. Линейные разностные уравнения первого порядка. Основные определения и понятия. Линейное однородное разностное уравнение первого порядка. Линейное неоднородное разностное уравнение первого порядка. Таблица сумм.
1	Тема 1.2. Линейные разностные уравнения порядка $n > 1$. Линейные однородные разностные уравнения. Общее решение Аналог формулы Лиувилля. Линейные неоднородные разностные уравнения. Метод вариации произвольных постоянных. Дополнительная таблица сумм.
1	Тема 1.3. Линейные однородные разностные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Случай разных действительных корней. Случай комплексно сопряженных корней. Конечные разности. Случай кратных корней характеристического уравнения.
1	Тема 1.4. Линейные неоднородные разностные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод последовательного суммирования. Линейные неоднородные разностные уравнения с постоянными коэффициентами и со специальной правой частью.
1	Тема 1.5. Системы линейных разностных уравнений. Матричный метод решения систем линейных разностных уравнений. Метод сведения к одному уравнению.
2	Тема 2.1. Определения и свойства преобразования Лорана. Определение преобразования Лорана. Линейность. Однородность. Дифференцирование образа. Интегрирование образа. Ряды Маклорена и преобразование Лорана. Преобразование свертки. Преобразование смещенной функции. Таблицы прямого и обратного преобразования Лорана.
2	Тема 2.2. Решение разностных уравнений методом преобразования Лорана. Решение линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами.
2	Тема 2.3. Решение систем линейных разностных уравнений методом преобразования Лорана. Решение систем линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами.

2	Тема 2.4. Линейные разностные уравнения с рациональными коэффициентами. Метод сведения к дифференциальному уравнению. Переход к линейному разностному уравнению с полиномиальными коэффициентами. Преобразование Лорана линейного разностного уравнения с полиномиальными коэффициентами. Отбор решений линейного дифференциального уравнения. Восстановление решений разностного уравнения по решениям дифференциального уравнения.
2	Тема 2.5. Элементы теории управления. Преобразование Лорана разностного уравнения, с правой частью содержащей линейную комбинацию членов второй последовательности.
2	Тема 2.6. Дискретное преобразование Фурье. Определение. Коэффициенты. Свойства.

4.3. Практические (семинарские) занятия

Темы практических занятий и их трудоемкость приведены в таблице 5.

Таблица 5 – Практические занятия и их трудоемкость

№ п/п	Темы практических занятий	Формы практических занятий	Трудоемкость, (час)	Из них практической подготовки, (час)	№ раздела дисциплины
Семестр 6					
1	Линейные неоднородные разностные уравнения первого порядка	Решение типовых задач с проверкой и разбором решения	2	2	1.1
2	Линейные однородные разностные уравнения второго порядка с переменными коэффициентами и известным частным решением	Решение типовых задач с проверкой и разбором решения	2	2	1.2
3	Линейные однородные разностные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами	Решение типовых задач с проверкой и разбором решения	1	1	1.3
4	Линейные неоднородные разностные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами	Решение типовых задач с проверкой и разбором решения	1	1	1.4
5	Системы из двух линейных разностных	Решение типовых задач с проверкой и	1	1	1.5

	уравнений с постоянными коэффициентами	разбором решения			
6	Вычисление преобразований Лорана от последовательностей	Решение типовых задач с проверкой и разбором решения	1	1	2.1
7	Восстановление последовательностей по преобразованию Лорана	Решение типовых задач с проверкой и разбором решения	1	1	2.1
8	Решение линейных разностных уравнений методом преобразования Лорана	Решение типовых задач с проверкой и разбором решения	2	2	2.2
9	Решение систем линейных разностных уравнений методом преобразования Лорана	Решение типовых задач с проверкой и разбором решения	2	2	2.3
10	Решение линейных разностных уравнений с рациональными коэффициентами методом сведения к линейному дифференциальному уравнению первого порядка	Решение типовых задач с проверкой и разбором решения	2	2	2.4
11	Элементы теории управления	Решение типовых задач с проверкой и разбором решения	1	1	2.5
12	Вычисление коэффициентов дискретного преобразования Фурье.	Решение типовых задач с проверкой и разбором решения	1	1	2.6
Всего			17	17	

4.4. Лабораторные занятия

Темы лабораторных занятий и их трудоемкость приведены в таблице 6.

Таблица 6 – Лабораторные занятия и их трудоемкость

№ п/п	Наименование лабораторных работ	Трудоемкость, (час)	Из них практической подготовки, (час)	№ раздела дисциплины
Учебным планом не предусмотрено				
Всего				

4.5. Выполнение курсового проекта/ курсовой работы

Учебным планом не предусмотрено

4.6. Самостоятельная работа обучающихся

Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость приведены в таблице 7.

Таблица 7 – Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость

Вид самостоятельной работы	Всего, час	Семестр 6, час
1	2	3
Изучение теоретического материала дисциплины (ТО)	6	6
Курсовое проектирование (КП, КР)		
Расчетно-графические задания (РГЗ)		
Выполнение реферата (Р)		
Подготовка к текущему контролю успеваемости (ТКУ)	5	5
Домашнее задание (ДЗ)	6	6
Контрольные работы заочников (КРЗ)		
Подготовка к промежуточной аттестации (ПА)	4	4
Всего:	21	21

5. Перечень учебно-методического обеспечения

для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся указаны в п.п. разделов 6-11.

6. Перечень печатных и электронных учебных изданий

Перечень печатных и электронных учебных изданий приведен в таблице 8.

Таблица 8– Перечень печатных и электронных учебных изданий

Шифр/ URL адрес	Библиографическая ссылка	Количество экземпляров в библиотеке (кроме электронных экземпляров)
ЭБС Лань	Ефремов А. А. Введение в разностные уравнения : учебно-методическое пособие / А. А. Ефремов. — Томск : Томский политехнический университет, 2021. — 79 с. — ISBN 978-5-4387-0973-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/246116	ЭБС Лань
ЭБС Лань	Романко, В. К. Курс разностных уравнений : учебное пособие / В. К. Романко. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2012. — 200 с. — ISBN 978-5-9221-1387-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/59620 — Режим	ЭБС Лань

	доступа: для авториз. пользователей.	
--	--------------------------------------	--

7. Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины приведен в таблице 9.

Таблица 9 – Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

URL адрес	Наименование
https://pro.guap.ru/user/login	Электронная интегрированная образовательная среда ГУАП «Личный кабинет»/ ЭИОС ГУАП «Личный кабинет»

8. Перечень информационных технологий

8.1. Перечень программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.

Перечень используемого программного обеспечения представлен в таблице 10.

Таблица 10– Перечень программного обеспечения

№ п/п	Наименование
	Не предусмотрено

8.2. Перечень информационно-справочных систем,используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень используемых информационно-справочных систем представлен в таблице 11.

Таблица 11– Перечень информационно-справочных систем

№ п/п	Наименование
	Не предусмотрено

9. Материально-техническая база

Состав материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине, представлен в таблице12.

Таблица 12 – Состав материально-технической базы

№ п/п	Наименование составной части материально-технической базы	Номер аудитории (при необходимости)
1	Лекционная аудитория	
2	Аудитория для практических занятий	

10. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

10.1. Состав оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине приведен в таблице 13.

Таблица 13 – Состав оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Вид промежуточной аттестации	Перечень оценочных средств
Экзамен	Список вопросов к экзамену; Экзаменационные билеты*; Тесты.

Примечание: *экзаменационные билеты формируются на основе вопросов и задач таблицы 15.

10.2. В качестве критериев оценки уровня сформированности (освоения) компетенций обучающимися применяется 5-балльная шкала оценки сформированности компетенций, которая приведена в таблице 14. В течение семестра может использоваться 100-балльная шкала модульно-рейтинговой системы Университета, правила использования которой, установлены соответствующим локальным нормативным актом ГУАП.

Таблица 14 –Критерии оценки уровня сформированности компетенций

Оценка компетенции 5-балльная шкала	Характеристика сформированных компетенций
«отлично» «зачтено»	Обучающийся: – глубоко и всесторонне усвоил программный материал; – уверенно, логично, последовательно и грамотно его излагает; – опираясь на знания основной и дополнительной литературы, тесно связывает усвоенные научные положения с практической деятельностью направления; – умело обосновывает и аргументирует выдвигаемые им идеи; – делает выводы и обобщения; – свободно владеет системой специализированных понятий. – правильно выполнил от 90% до 100% тестовых заданий**.
«хорошо» «зачтено»	Обучающийся: – твердо усвоил программный материал, грамотно и по существу излагает его, опираясь на знания основной литературы; – не допускает существенных неточностей; – увязывает усвоенные знания с практической деятельностью направления; – аргументирует научные положения; – делает выводы и обобщения; – владеет системой специализированных понятий. – правильно выполнил от 70% до 89% тестовых заданий**.
«удовлетворительно» «зачтено»	– обучающийся усвоил только основной программный материал, по существу излагает его, опираясь на знания только основной литературы; – допускает несущественные ошибки и неточности; – испытывает затруднения в практическом применении знаний направления; – слабо аргументирует научные положения; – затрудняется в формулировании выводов и обобщений; – частично владеет системой специализированных понятий. – правильно выполнил от 51% до 69% тестовых заданий**.
«неудовлетворительно» «не зачтено»	– обучающийся не усвоил значительной части программного материала; – допускает существенные ошибки и неточности при рассмотрении проблем в конкретном направлении; – испытывает трудности в практическом применении знаний; – не может аргументировать научные положения; – не формулирует выводов и обобщений. – правильно выполнил менее 51% тестовых заданий**.

10.3. Типовые контрольные задания или иные материалы.

Вопросы (задачи) для экзамена представлены в таблице 15.

Таблица 15 – Вопросы (задачи) для экзамена

№ п/п	Перечень вопросов (задач) для экзамена	Код индикатора
-------	--	----------------

1	Расскажите, как определяется порядок разностного уравнения	ПК-7.3.1
2	Напишите, как выглядит линейное однородное разностное уравнение первого порядка	ПК-7.3.1
3	Напишите, как выглядит линейное неоднородное разностное уравнение первого порядка	ПК-7.3.1
4	Напишите формулу для решения линейного однородного разностного уравнения первого порядка	ПК-7.3.1
5	Напишите формулу для решения линейного неоднородного разностного уравнения первого порядка	ПК-7.3.1
6	Укажите структуру решений линейных однородных разностных уравнений	ПК-7.3.1
7	Дайте определение конечной разности.	ПК-7.3.1
8	Укажите структуру решений линейных неоднородных разностных уравнений	ПК-7.3.1
9	Напишите формулу метода вариации произвольных постоянных для линейного разностного уравнения второго порядка	ПК-7.3.1
10	Укажите вид частного решения линейного разностного уравнения с постоянными коэффициентами и с правой частью в виде многочлена.	ПК-7.3.1
11	Укажите вид частного решения линейного разностного уравнения с постоянными коэффициентами и с правой частью в виде произведения многочлена и показательной функции	ПК-7.3.1
12	Дайте определение преобразования Лорана	ПК-7.3.1
13	Напишите формулу преобразования Лорана от постоянной функции	ПК-7.3.1
14	Напишите формулу преобразования Лорана от показательной функции	ПК-7.3.1
15	Напишите формулу преобразования Лорана от первой степени	ПК-7.3.1
16	Напишите формулу преобразования Лорана от второй степени	ПК-7.3.1
17	Напишите формулу преобразования Лорана от линейного двучлена	ПК-7.3.1
18	Напишите формулу преобразования Лорана от квадратного трёхчлена	ПК-7.3.1
19	Напишите формулу преобразования Лорана от тригонометрического синуса	ПК-7.3.1
20	Напишите формулу преобразования Лорана от тригонометрического косинуса	ПК-7.3.1
21	Напишите формулу преобразования Лорана от гиперболического синуса	ПК-7.3.1
22	Напишите формулу преобразования Лорана от гиперболического косинуса	ПК-7.3.1
23	Напишите последовательность, преобразование Лорана которой имеет вид $Z(x_n) = \frac{1}{z - a}$	ПК-7.3.1
24	Напишите последовательность, преобразование Лорана которой имеет вид $Z(x_n) = \frac{1}{(z - a)^2}$	ПК-7.3.1
25	Напишите последовательность, преобразование Лорана которой	ПК-7.3.1

	имеет вид $Z(x_n) = \frac{z}{(z-a)^2}$	
26	Напишите последовательность, преобразование Лорана которой имеет вид $Z(x_n) = 1$	ПК-7.3.1
27	Напишите последовательность, преобразование Лорана которой имеет вид $Z(x_n) = \frac{1}{z^k}$	ПК-7.3.1
28	Дайте определение свертки последовательностей	ПК-7.3.1
29	Напишите формулу преобразования Лорана от свертки последовательностей	ПК-7.3.1
30	Приведите пример линейного однородного разностного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, характеристическое уравнение которого имеет разные действительные корни	ПК-7.У.1
31	Приведите пример линейного однородного разностного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, характеристическое уравнение которого имеет кратные действительные корни	ПК-7.У.1
32	Приведите пример линейного однородного разностного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, характеристическое уравнение которого имеет комплексные корни	ПК-7.У.1
33	Приведите пример линейного неоднородного разностного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами	ПК-7.У.1
34	Как изменится решение линейного однородного уравнения, если его преобразовать в неоднородное?	ПК-7.У.1
35	Приведите пример системы линейных однородных разностных уравнений	ПК-7.У.1
36	Приведите пример системы линейных неоднородных разностных уравнений	ПК-7.У.1
37	Что произойдет с преобразованием Лорана последовательности, если эту последовательность умножить на постоянный множитель	ПК-7.У.1
38	Что произойдет с преобразованием Лорана последовательности, если эту последовательность умножить на показательную функцию	ПК-7.У.1
39	Что произойдет с преобразованием Лорана последовательности, если эту последовательность умножить на первую степень	ПК-7.У.1
40	Что произойдет с преобразованием Лорана последовательности, если эту последовательность умножить на вторую степень	ПК-7.У.1
41	Как связаны преобразование Лорана суммы последовательностей с преобразованиями Лорана слагаемых	ПК-7.У.1
42	Как изменится последовательность, если продифференцировать ее преобразование Лорана	ПК-7.У.1
43	Как изменится преобразование Лорана при смещении индекса последовательности	ПК-7.У.1
44	Приведите пример функции, которая является преобразованием Лорана некоторой последовательности	ПК-7.У.1
45	Приведите пример функции, которая не может быть преобразованием Лорана некоторой последовательности	ПК-7.У.1

46	Найдите уравнение, которому удовлетворяет последовательность $x_n = c_1 \cdot (n-4) + c_2 \cdot 4^n$	ПК-7.В.1
47	Найдите решение уравнения $x_{n+1} = 3x_n - 6n + 1$	ПК-7.В.1
48	Найдите решение уравнения $(n+5)x_{n+1} - (n+6)x_n = 19, \quad x_0 = 1$	ПК-7.В.1
49	Найдите решение уравнения $(n+7)x_{n+2} - 2(n+6)x_{n+1} + (n+5)x_n = 0$, удовлетворяющее условию $x_0 = -19, \quad x_1 = -16$, если известно его частное решение $x_n = 1$.	ПК-7.В.1
50	Найдите частное решение уравнения $x_{n+2} + 3x_{n+1} - 4x_n = 0, \quad x_0 = -3, \quad x_1 = 2$.	ПК-7.В.1
51	Найдите частное решение уравнения $x_{n+2} + 4x_{n+1} + 4x_n = 0, \quad x_0 = 2, \quad x_1 = -2$.	ПК-7.В.1
52	Найдите частное решение уравнения $x_{n+2} - 5x_{n+1} - 6x_n = -10, \quad x_0 = 2, \quad x_1 = -7$.	ПК-7.В.1
53	Найдите частное решение уравнения $x_{n+2} + x_{n+1} - 6x_n = 42 \cdot (-5)^n, \quad x_0 = 3, \quad x_1 = 10$.	ПК-7.В.1
54	Найдите общее решение системы уравнений $x_{n+1} = 4x_n + 5y_n, \quad y_{n+1} = 5x_n + 4y_n$.	ПК-7.В.1
55	Найдите решение системы уравнений $\begin{cases} x_{n+1} = 5x_n + y_n, \\ y_{n+1} = 9x_n + 5y_n, \end{cases} \quad x_0 = 1, \quad y_0 = -3.$	ПК-7.В.1
56	Найдите преобразование Лорана последовательности $x_n = 3 \cdot a^n - 4 \cdot b^n - 2$, где $a = -6, \quad b = 5$. Результат привести к одному знаменателю и упростить	ПК-7.В.1
57	Найдите преобразование Лорана последовательности $x_n = -3 \cdot a^n + 5n - 2$, где $a = 5$. Результат привести к одному знаменателю и упростить	ПК-7.В.1
58	Найдите последовательность, преобразование Лорана которой имеет вид $X(z) = \frac{-9z^3 + 75z^2 - 146z}{z^3 - 12z^2 + 41z - 30}$.	ПК-7.В.1
59	Найдите последовательность, преобразование Лорана которой имеет вид $X(z) = \frac{z^3 + 24z^2 + 80z}{(z+5)^2(z+2)}$.	ПК-7.В.1
60	С помощью преобразования Лорана решите уравнение $(n+3)x_{n+1} - (n+4)x_n = 9, \quad x_0 = 3$.	ПК-7.В.1

Вопросы (задачи) для зачета / дифф. зачета представлены в таблице 16.
Таблица 16 – Вопросы (задачи) для зачета / дифф. зачета

№ п/п	Перечень вопросов (задач) для зачета / дифф. зачета	Код индикатора
	Учебным планом не предусмотрено	

Перечень тем для выполнения курсового проекта/ курсовой работы представлены в таблице 17.

Таблица 17 – Перечень тем для выполнения курсового проекта / курсовой работы

№ п/п	Примерный перечень тем для выполнения курсового проекта/ курсовой работы
	Учебным планом не предусмотрено

Вопросы для проведения промежуточной аттестации в виде тестирования представлены в таблице 18.

Таблица 18 – Примерный перечень вопросов для тестов

№ п/п	Примерный перечень вопросов для тестов	Код индикатора
1	<p>Задание закрытого типа с выбором одного правильного ответа</p> <p>Инструкция: Прочитайте текст, выберите один правильный ответ</p> <p>Вопрос: Как определяется конечная разность первого порядка Δx_k?</p> <p>1) $x_k - x_{k-1}$ 2) $x_{k+1} - x_k$ 3) $x_{k+2} - 2x_{k+1} + x_k$ 4) $(x_{k+1} - x_k)/h$</p> <p>Ключ с правильным ответом: 2</p>	ПК-7.3.1
2	<p>Задание закрытого типа с выбором нескольких правильных ответов</p> <p>Инструкция: Прочитайте текст, выберите правильные ответы</p> <p>Вопрос: Какие из перечисленных свойств характерны для Z-преобразования?</p> <p>1) Линейность: $Z(\alpha x_k + \beta y_k) = \alpha X(z) + \beta Y(z)$ 2) Однородность: $Z(a^n x_k) = X(z/a)$ 3) Коммутативность: $Z(x_k * y_k) = Z(x_k) \cdot Z(y_k)$ 4) Дифференцирование: $Z(n x_k) = -z X'(z)$ 5) Свёртка: $Z(x_k * y_k) = X(z) \cdot Y(z)$</p> <p>Ключ с правильным ответом: 1, 2, 4, 5</p>	ПК-7.3.1
3	<p>Задание комбинированного типа с выбором одного правильного ответа и обоснованием выбора</p> <p>Инструкция: Прочитайте текст, выберите один правильный ответ и кратко обоснуйте свой выбор</p> <p>Вопрос: Для линейного однородного разностного уравнения с постоянными коэффициентами характеристическое уравнение имеет корень $\lambda = 2$ кратности 2. Какой вид имеет соответствующее слагаемое в общем решении?</p> <p>1) $C \cdot 2^n$</p>	ПК-7.3.1

	<div>2) $(C_1 + C_2 n) \cdot 2^n$</div> <div>3) $C \cdot 2^n \cdot \cos(n\varphi)$</div> <div>4) $(C_1 + C_2 n) \cdot 2^n \cdot \cos(n\varphi)$</div> <div>Ключ с правильным ответом: 2.</div> <div>Обоснование: при кратном корне λ кратности k общее решение содержит множитель $(C_1 + C_2 n + \dots + C_k n^{k-1}) \cdot \lambda^n$.</div>																			
4	<div>Задание закрытого типа на установление соответствия</div> <div>Инструкция: Прочитайте текст и установите соответствие</div> <div>Вопрос: Сопоставьте математический объект и его Z-преобразование.</div> <div>К каждой позиции в левом столбце подберите соответствующую позицию в правом столбце:</div> <table><tr><td>Последовательность $x[n]$</td><td>Z-преобразование $X(z)$</td></tr><tr><td>$x[n] = 1$</td><td>$z/(z-1)$</td></tr><tr><td>$x[n] = a^n$</td><td>$z/(z-a)$</td></tr><tr><td>$x[n] = \delta[n-k]$</td><td>$1/z^k$</td></tr><tr><td>$x[n] = n$</td><td>$z/(z-1)^2$</td></tr></table> <div>Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:</div> <table><tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td><td>Г</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> <div>Ключ с правильным ответом (или эталонный ответ): А1, Б2, В3, Г4</div>	Последовательность $x[n]$	Z-преобразование $X(z)$	$x[n] = 1$	$z/(z-1)$	$x[n] = a^n$	$z/(z-a)$	$x[n] = \delta[n-k]$	$1/z^k$	$x[n] = n$	$z/(z-1)^2$	А	Б	В	Г					ПК-7.У.1
Последовательность $x[n]$	Z-преобразование $X(z)$																			
$x[n] = 1$	$z/(z-1)$																			
$x[n] = a^n$	$z/(z-a)$																			
$x[n] = \delta[n-k]$	$1/z^k$																			
$x[n] = n$	$z/(z-1)^2$																			
А	Б	В	Г																	
5	<div>Задание закрытого типа на установление правильной последовательности</div> <div>Инструкция: Прочитайте текст и установите последовательность</div> <div>Вопрос: Расположите в правильной последовательности этапы решения разностного уравнения методом Z-преобразования:</div> <div>1) Применение обратного Z-преобразования для восстановления $x[n]$</div> <div>2) Применение Z-преобразования к уравнению с учётом начальных условий</div> <div>3) Решение алгебраического уравнения относительно $X(z)$</div> <div>4) Использование теоремы о смещении: $Z(x[n-k]) = z^{-k}X(z) - \sum_{m=0}^{k-1} x[m]z^{k-m-1}$</div> <div>Запишите соответствующую последовательность цифр слева направо</div> <div>Ключ с правильным ответом: 2, 4, 3, 1</div>	ПК-7.У.1																		
6	<div>Задание открытого типа</div> <div>Инструкция: Прочитайте текст и запишите ответ</div> <div>Вопрос: Запишите формулу для Z-преобразования свёртки двух</div>	ПК-7.У.1																		

	последовательностей	
	Ключ с правильным ответом: $Z(x \square * y \square) = X(z) \cdot Y(z)$	
7	<p>Задание открытого типа</p> <p>Инструкция: Прочитайте текст и запишите развёрнутый обоснованный ответ</p> <p>Вопрос: Для передаточной функции $W(z) = 1/(z-1)$ найдите импульсную переходную характеристику $w \square = Z^{-1}[W(z)]$ и обоснуйте полученный результат.</p> <p>Ключ с правильным ответом: $w \square = Z^{-1}[1/(z-1)]$. Используя соотношение $1/(z-1) = (1/z) \cdot z/(z-1) \rightarrow 1/z$, получаем $w \square = (1 - \delta \square_0)$. Или из таблицы: $Z^{-1}[1/(z-1)] = 1 - \delta \square_0$. Это означает, что реакция системы на единичный импульс равна 1 при $n \geq 1$ и 0 при $n=0$</p>	ПК-7.У.1
8	<p>Задание комбинированного типа с выбором одного правильного ответа и обоснованием выбора</p> <p>Инструкция: Прочитайте текст, выберите один правильный ответ и кратко обоснуйте свой выбор</p> <p>Вопрос: При решении разностного уравнения методом вариации произвольных постоянных частное решение ищется в виде:</p> <p>1) $x \square = c \square \cdot \tilde{x} \square + c \square \cdot \hat{x} \square$ 2) $x \square = c \square(n) \cdot \tilde{x} \square + c \square(n) \cdot \hat{x} \square$ 3) $x \square = c \square \cdot \tilde{x} \square + \hat{x} \square$ 4) $x \square = c \square(n) \cdot \tilde{x} \square + c \square \cdot \hat{x} \square$</p> <p>Ключ с правильным ответом: 2. Обоснование: метод вариации предполагает, что произвольные постоянные становятся функциями от n: $x \square = c \square(n) \cdot \tilde{x} \square + c \square(n) \cdot \hat{x} \square$.</p>	ПК-7.У.1

Перечень тем контрольных работ по дисциплине обучающихся заочной формы обучения, представлены в таблице 19.

Таблица 19 – Перечень контрольных работ

№ п/п	Перечень контрольных работ
	Не предусмотрено

10.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания индикаторов, характеризующих этапы формирования компетенций, содержатся в локальных нормативных актах ГУАП, регламентирующих порядок и процедуру проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся ГУАП.

11. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

11.1. Методические указания для обучающихся по освоению лекционного материала

Основное назначение лекционного материала – логически стройное, системное, глубокое и ясное изложение учебного материала. Назначение современной лекции в рамках дисциплины не в том, чтобы получить всю информацию по теме, а в освоении фундаментальных проблем дисциплины, методов научного познания, новейших достижений научной мысли. В учебном процессе лекция выполняет методологическую, организационную и информационную функции. Лекция раскрывает понятийный аппарат конкретной области знания, её проблемы, дает цельное представление о дисциплине, показывает взаимосвязь с другими дисциплинами.

Планируемые результаты при освоении обучающимися лекционного материала:

- получение современных, целостных, взаимосвязанных знаний, уровень которых определяется целевой установкой к каждой конкретной теме;
- получение опыта творческой работы совместно с преподавателем;
- развитие профессионально-деловых качеств, любви к предмету и самостоятельного творческого мышления.
- появление необходимого интереса, необходимого для самостоятельной работы;
- получение знаний о современном уровне развития науки и техники и о прогнозе их развития на ближайшие годы;
- научиться методически обрабатывать материал (выделять главные мысли и положения, приходить к конкретным выводам, повторять их в различных формулировках);
- получение точного понимания всех необходимых терминов и понятий.

Лекционный материал может сопровождаться демонстрацией слайдов и использованием раздаточного материала при проведении коротких дискуссий об особенностях применения отдельных тематик по дисциплине.

11.2. Методические указания для обучающихся по прохождению практических занятий

Практическое занятие является одной из основных форм организации учебного процесса, заключающаяся в выполнении обучающимися под руководством преподавателя комплекса учебных заданий с целью усвоения научно-теоретических основ учебной дисциплины, приобретения умений и навыков, опыта творческой деятельности.

Целью практического занятия для обучающегося является привитие обучающимся умений и навыков практической деятельности по изучаемой дисциплине.

Планируемые результаты при освоении обучающимися практических занятий:

- закрепление, углубление, расширение и детализация знаний при решении конкретных задач;
- развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;
- овладение новыми методами и методиками изучения конкретной учебной дисциплины;
- выработка способности логического осмысления полученных знаний для выполнения заданий;
- обеспечение рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм обучения.

Требования к проведению практических занятий

Сначала студенты самостоятельно в аудитории решают одно общее задание, выписанное на доске, закрепляя знания, полученные на лекции. Студент, сделавший задание первым, рассказывает свое решение у доски. В процессе рассказа все остальные студенты обсуждают решение. Преподаватель, ведущий практическое занятие, является модератором обсуждений. Студент, рассказывавший задание у доски, получает баллы за текущую работу на занятиях.

11.3. Методические указания для обучающихся по прохождению самостоятельной работы

В ходе выполнения самостоятельной работы, обучающийся выполняет работу по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

В процессе выполнения самостоятельной работы у обучающегося формируется целесообразное планирование рабочего времени, которое позволяет ему развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, помогает получить навыки повышения профессионального уровня.

Методическими материалами, направляющими самостоятельную работу обучающихся являются:

- учебно-методический материал по дисциплине;

11.4. Методические указания для обучающихся по прохождению текущего контроля успеваемости.

Текущий контроль успеваемости предусматривает контроль качества знаний обучающихся, осуществляемого в течение семестра с целью оценивания хода освоения дисциплины.

Текущий контроль осуществляется посредством проверки выполнения студентами домашних заданий, размещаемых в их личных кабинетах в автоматизированной информационной системе ГУАП.

11.5. Методические указания для обучающихся по прохождению промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация обучающихся предусматривает оценивание промежуточных и окончательных результатов обучения по дисциплине. Она включает в себя:

- экзамен – форма оценки знаний, полученных обучающимся в процессе изучения всей дисциплины или ее части, навыков самостоятельной работы, способности применять их для решения практических задач. Экзамен, как правило, проводится в период экзаменационной сессии и завершается аттестационной оценкой «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

- **Экзамен сдается по билетам**

- В билете 4 вопроса

- Вопрос 1 – раздел 1, код индикатора ПК-7.3.1

- Вопрос 2 – раздел 2, код индикатора ПК-7.3.1

- Вопрос 3 – код индикатора ПК-7.У.1

- Вопрос 4 – код индикатора ПК.7.В.1

Лист внесения изменений в рабочую программу дисциплины

Дата внесения изменений и дополнений. Подпись внесшего изменения	Содержание изменений и дополнений	Дата и № протокола заседания кафедры	Подпись зав. кафедрой