

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
"САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ"

Кафедра № 1

УТВЕРЖДАЮ

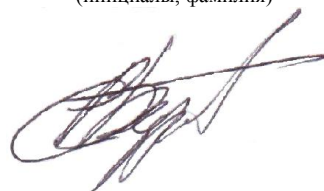
Руководитель программы

д.т.н., проф.

(должность, уч. степень, звание)

С.В. Беззатеев

(инициалы, фамилия)



(подпись)

«15» декабря 2025 г

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Применение вариационного исчисления в научных исследованиях»

(Наименование дисциплины)

Шифр научной специальности	2.3.6
Наименование научной специальности	Методы и системы защиты информации, информационная безопасность
Наименование направленности (профиля) (при наличии)	
Год начала реализации программы	2026

Санкт-Петербург– 2026

Лист согласования рабочей программы дисциплины

Программу составил (а)

д.ф.-м.н.,доц.

(должность, уч. степень, звание)



08.12.25

(подпись, дата)

А.О. Смирнов

(инициалы, фамилия)

Программа одобрена на заседании кафедры № 1

«08» декабря 2025 г, протокол № 05

Заведующий кафедрой № 1

д.ф.-м.н.,доц.

(уч. степень, звание)



08.12.25

(подпись, дата)

А.О. Смирнов

(инициалы, фамилия)

Ответственный за программу 2.3.6

д.т.н.,проф.

(должность, уч. степень, звание)



08.12.25

(подпись, дата)

С.В. Беззатеев

(инициалы, фамилия)

Заместитель директора института №3 по методической работе

доц.,к.т.н.

(должность, уч. степень, звание)



08.12.25

(подпись, дата)

Н.В. Решетникова

(инициалы, фамилия)

Аннотация

Дисциплина «Применение вариационного исчисления в научных исследованиях» входит в состав программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре по научной специальности 2.3.6 «Методы и системы защиты информации, информационная безопасность». Дисциплина реализуется кафедрой «№1».

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с применением вариационных подходов к постановке и решению научных проблем в физических исследованиях.

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: *лекции, самостоятельная работа.*

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости, промежуточная аттестация в форме зачета.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 часов.

Язык обучения по дисциплине — русский.

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

1.1. Цели преподавания дисциплины

Целью преподавания дисциплины является освоение студентами методов вариационного исчисления для решения научно-исследовательских задач, формирование у обучающихся навыков владения математическим аппаратом для анализа широкого класса технических и технологических проблем.

1.2. Дисциплина входит в состав программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре.

1.3. В результате изучения дисциплины аспирант должен:

знать:

- методы сбора и анализа данных при проведении научных исследований;
- методы сбора и анализа данных при проведении научных исследований;
- теоретические основы моделирования как научного метода;

уметь:

- осуществлять постановку и формализацию задач в профессиональной области с использованием математического аппарата;
- осуществлять постановку и формализацию задач в профессиональной области с использованием математического аппарата;
- обосновывать стратегию научного поиска; творчески применять математическое моделирование в целях углубления знаний о естественных и технических объектах и процессах;

владеть:

- оценки целесообразности и эффективности применения выбранного математического метода решения задачи;
- оценки целесообразности и эффективности применения выбранного математического метода решения задачи;
- представления математических моделей, оценки границ их применимости;

2. Место дисциплины в структуре программы

Дисциплина не базируется на знаниях, ранее приобретенных обучающимися в аспирантуре.

Знания, полученные при изучении материала данной дисциплины, имеют как самостоятельное значение, так и используются в научно-исследовательской работе.

3. Объем и трудоемкость дисциплины

Данные об общем объеме дисциплины, трудоемкости отдельных видов учебной работы по дисциплине (и распределение этой трудоемкости по семестрам) представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Объем и трудоемкость дисциплины

Вид учебной работы	Всего	Трудоемкость по семестрам
		№2
1	2	3
<i>Общая трудоемкость дисциплины, ЗЕ/ (час)</i>	3/ 108	3/ 108
<i>Из них часов практической подготовки, (час)</i>		
<i>Аудиторные занятия, всего час.</i>	14	14
<i>в том числе:</i>		
<i>лекции (Л), (час)</i>	14	14
<i>практические/семинарские занятия</i>		

(ПЗ), (час)		
экзамен, (час)		
Самостоятельная работа (СР), всего (час)	94	94
Вид промежуточной аттестации: зачет, дифф. зачет, экзамен (Зачет, Дифф. зач, Экз.**)	Зачет,	Зачет,

Примечание: ** кандидатский экзамен

4. Содержание дисциплины

4.1. Распределение трудоемкости дисциплины по разделам и видам занятий.

Разделы, темы дисциплины и их трудоемкость приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Разделы, темы дисциплины, их трудоемкость

Разделы, темы дисциплины	Лекции (час)	ПЗ (СЗ) (час)	СРС (час)
Семестр 2			
Раздел 1. Метод вариаций в задачах с неподвижными Концами Тема 1.1. Задачи, приводящие к вариационным проблемам. Простейшая задача вариационного исчисления. Вариация и ее свойства. Уравнение Эйлера Тема 1.2. Функционалы, зависящие от нескольких функций. Функционалы, зависящие от функций многих переменных. Канонический вид уравнения Эйлера	2		18
Раздел 2. Вариационные задачи с подвижными Границами Тема 2.1. Простейшая задача с подвижными границами. Задача с подвижными границами для функционалов, зависящих от двух функций Тема 2.2. Экстремали с угловыми точками	2		19
Раздел 3. Вариационные задачи на экстремум Тема 3.1. Основные типы задач на условный экстремум. Необходимые условия в задаче Лагранжа и изопериметрической задаче. Задача Больцано и задача Майера Тема 3.2. Достаточные условия экстремума. Слабый экстремум. Условие Якоби. Инвариантный интеграл Гильберта. Сильный экстремум	2		19
Раздел 4. Прямые методы в вариационных задачах Тема 4.1. Формулировка вариационных задач. Метод минимизирующих последовательностей Тема 4.2. Методы приближенного решения. Приближенное решение задачи на собственные значения. Двойственные вариационные задачи	2		19

Раздел 5. Приложения вариационных методов Тема 5.1. Принцип Гамильтона. Колебания струны. Колебания мембраны. Уравнения движения идеальной жидкости (2 часа) Тема 5.2. Аэродинамическая задача Ньютона. Вопросы устойчивости конструкций. Вариационные принципы Лагранжа, Рейсснера и Кастильяно Тема 5.3. Вариационные принципы термоупругости. Двусторонние оценки в теплопроводности	6		19
Итого в семестре:	14		94
Итого	14	0	94

Практическая подготовка заключается в непосредственном выполнении аспирантами определенных трудовых функций, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

4.2. Содержание разделов и тем лекционных занятий.

Содержание разделов и тем лекционных занятий приведено в таблице 3.

Таблица 3 – Содержание разделов и тем лекционного цикла

Номер раздела	Название и содержание разделов и тем лекционных занятий
1	Метод вариаций в задачах с неподвижными концами Тема 1.1. Задачи, приводящие к вариационным проблемам. Простейшая задача вариационного исчисления. Вариация и ее свойства. Уравнение Эйлера Тема 1.2. Функционалы, зависящие от нескольких функций. Функционалы, зависящие от функций многих переменных. Канонический вид уравнения Эйлера
2	Вариационные задачи с подвижными границами Тема 2.1. Простейшая задача с подвижными границами. Задача с подвижными границами для функционалов, зависящих от двух функций Тема 2.2. Экстремали с угловыми точками
3	Вариационные задачи на экстремум Тема 3.1. Основные типы задач на условный экстремум. Необходимые условия в задаче Лагранжа и изопериметрической задаче. Задача Больцано и задача Майера Тема 3.2. Достаточные условия экстремума. Слабый экстремум. Условие Якоби. Инвариантный интеграл Гильберта. Сильный экстремум

4	Прямые методы в вариационных задачах Тема 4.1. Формулировка вариационных задач. Метод минимизирующих последовательностей Тема 4.2. Методы приближенного решения. Приближенное решение задачи на собственные значения. Двойственные вариационные задачи
5	Приложения вариационных методов Тема 5.1. Принцип Гамильтона. Колебания струны. Колебания мембраны. Уравнения движения идеальной жидкости (2 часа) Тема 5.2. Аэродинамическая задача Ньютона. Вопросы устойчивости конструкций. Вариационные принципы Лагранжа, Рейсснера и Кастильяно Тема 5.3. Вариационные принципы термоупругости. Двусторонние оценки в теплопроводности

4.3. Практические (семинарские) занятия

Темы практических занятий и их трудоемкость приведены в таблице 4.

Таблица 4 – Практические занятия и их трудоемкость

№ п/п	Темы практических занятий	Формы практических занятий	Трудоемкость, (час)	Из них практической подготовки, (час)	№ раздела дисциплины
Учебным планом не предусмотрено					
Всего					

4.4. Самостоятельная работа аспирантов

Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость приведены в таблице 5.

Таблица 5 – Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость

Вид самостоятельной работы	Всего, час	Семестр 2, час
1	2	3
Изучение теоретического материала дисциплины (ТО)	70	70
Расчетно-графические задания (РГЗ)		
Выполнение реферата (Р)		
Подготовка к текущему контролю успеваемости (ТКУ)	20	20
Домашнее задание (ДЗ)		
Подготовка к промежуточной аттестации (программы аспирантуры)	4	4
Всего:	94	94

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы аспирантов по дисциплине

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы аспирантов указаны в п.п. 6-11.

6. Перечень печатных и электронных учебных изданий

Перечень печатных и электронных учебных изданий приведен в таблице 6.

Таблица 6– Перечень печатных и электронных учебных изданий

Шифр/ URL адрес	Библиографическая ссылка	Количество экземпляров в библиотеке (кроме электронных экземпляров)
https://e.lanbook.com/book/45675	Абдрахманов, В. Г. Элементы вариационного исчисления и оптимального управления. Теория, задачи, индивидуальные задания : учебное пособие / В. Г. Абдрахманов, А. В. Рабчук. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 112 с. — ISBN 978-5-8114-1630-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. Режим доступа: для авториз. пользователей.	ЭБС Лань

7. Перечень электронных образовательных ресурсов

информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины, приведен в таблице 7.

Таблица 7 – Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

URL адрес	Наименование
https://e.lanbook.com/	Общероссийский математический портал ЭБС «Лань»

8. Перечень информационных технологий

8.1. Перечень программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.

Перечень используемого программного обеспечения представлен в таблице 8.

Таблица 8 – Перечень программного обеспечения

№ п/п	Наименование
	Не предусмотрено

8.2. Перечень информационно-справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень используемых информационно-справочных систем представлен в таблице 9.

Таблица 9– Перечень информационно-справочных систем

№ п/п	Наименование
	Не предусмотрено

9. Материально-техническая база

Состав материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине, представлен в таблице 10.

Таблица 10 – Состав материально-технической базы

№ п/п	Наименование составной части материально-технической базы	Номер аудитории (при необходимости)
1	Лекционная аудитория	

10. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

10.1. Состав оценочных средств для проведения промежуточной аттестации аспирантов по дисциплине приведен в таблице 11.

Таблица 11 – Состав оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Вид промежуточной аттестации	Перечень оценочных средств
Зачет	Список вопросов;

10.2. В качестве критериев оценки уровня освоения аспирантами дисциплины применяется 4-балльная шкала оценивания, которая приведена в таблице 12. В течение семестра может использоваться 100-балльная шкала модульно-рейтинговой системы Университета, правила использования которой, установлены соответствующим локальным нормативным актом ГУАП.

Таблица 12 – Критерии оценки уровня освоения дисциплины

Оценка	Характеристика уровня освоения дисциплины
4-балльная шкала	
«отлично» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> – аспирант глубоко и всесторонне усвоил программный материал; – уверенно, логично, последовательно и грамотно его излагает; – опираясь на знания основной и дополнительной литературы, тесно привязывает усвоенные научные положения с практической деятельностью по направлению подготовки/ специальности; – умело обосновывает и аргументирует выдвигаемые им идеи; – делает выводы и обобщения; – свободно владеет системой специализированных понятий.
«хорошо» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> – аспирант твердо усвоил программный материал, грамотно и по существу излагает его, опираясь на знания основной литературы; – не допускает существенных неточностей; – увязывает усвоенные знания с практической деятельностью по направлению подготовки/ специальности; – аргументирует научные положения; – делает выводы и обобщения; – владеет системой специализированных понятий.
«удовлетворительно» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> – аспирант усвоил только основной программный материал, по существу излагает его, опираясь на знания только основной литературы; – допускает несущественные ошибки и неточности; – испытывает затруднения в практическом применении знаний по направлению подготовки/ специальности; – слабо аргументирует научные положения;

Оценка	Характеристика уровня освоения дисциплины
4-балльная шкала	
	<ul style="list-style-type: none"> – затрудняется в формулировании выводов и обобщений; – частично владеет системой специализированных понятий.
«неудовлетворительно» «не зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> – аспирант не усвоил значительной части программного материала; – допускает существенные ошибки и неточности при рассмотрении проблем в конкретном направлении подготовки/специальности; – испытывает трудности в практическом применении знаний; – не может аргументировать научные положения; – не формулирует выводов и обобщений.

10.3. Типовые контрольные задания или иные материалы.

Вопросы (задачи) для экзамена представлены в таблице 13.

Таблица 13 – Вопросы (задачи) для экзамена

№ п/п	Перечень вопросов (задач) для экзамена
	Учебным планом не предусмотрено

Вопросы (задачи) для зачета / дифф. зачета представлены в таблице 14.

Таблица 14 – Вопросы (задачи) для зачета / дифф. зачета

№ п/п	Перечень вопросов (задач) для зачета / дифф. зачета
1	Задачи, приводящие к вариационным проблемам
2	Простейшая задача вариационного исчисления. Вариация и ее свойства.
3	Уравнение Эйлера
4	Функционалы, зависящие от нескольких функций
5	Функционалы, зависящие от функций многих переменных.
6	Канонический вид уравнения Эйлера.
7	Простейшая задача с подвижными границами.
8	Задача с подвижными границами для функционалов, зависящих от двух функций.
9	Экстремали с угловыми точками.
10	Основные типы задач на условный экстремум
11	Необходимые условия в задаче Лагранжа.
12	Необходимые условия в изопериметрической задаче.
13	Задача Больцано.
14	Задача Майера.
15	Слабый и сильный экстремум
16	Условие Якоби.
17	Инвариантный интеграл Гильберта
18	Метод минимизирующих последовательностей.
19	Приближенное решение задачи на собственные значения.
20	Двойственные вариационные задачи.
21	Принцип Гамильтона.
22	Колебания струны. Колебания мембраны
23	Уравнения движения идеальной жидкости.
24	Аэродинамическая задача Ньютона.
25	Вопросы устойчивости конструкций.

26	Вариационные принципы Лагранжа, Рейсснера и Кастильяно.
27	Вариационные принципы термоупругости.
28	Двусторонние оценки в теплопроводности.

Вопросы для проведения промежуточной аттестации в виде тестирования представлены в таблице 15.

Таблица 15 – Примерный перечень вопросов для тестов

№ п/п	Примерный перечень вопросов для тестов
	Учебным планом не предусмотрено

10.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания уровня освоения дисциплины, содержатся в локальных нормативных актах ГУАП, регламентирующих порядок и процедуру проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации аспирантов ГУАП.

11. Методические указания для аспирантов по освоению дисциплины

11.1. Методические указания для аспирантов по освоению лекционного материала .

Основное назначение лекционного материала – логически стройное, системное, глубокое и ясное изложение учебного материала. Назначение современной лекции в рамках дисциплины не в том, чтобы получить всю информацию по теме, а в освоении фундаментальных проблем дисциплины, методов научного познания, новейших достижений научной мысли. В учебном процессе лекция выполняет методологическую, организационную и информационную функции. Лекция раскрывает понятийный аппарат конкретной области знания, её проблемы, дает цельное представление о дисциплине, показывает взаимосвязь с другими дисциплинами.

Планируемые результаты при освоении аспирантами лекционного материала:

- получение современных, целостных, взаимосвязанных знаний, уровень которых определяется целевой установкой к каждой конкретной теме;
- получение опыта творческой работы совместно с преподавателем;
- развитие профессионально-деловых качеств, любви к предмету и самостоятельного творческого мышления.
- появление необходимого интереса, необходимого для самостоятельной работы;
- получение знаний о современном уровне развития науки и техники и о прогнозе их развития на ближайшие годы;
- научиться методически обрабатывать материал (выделять главные мысли и положения, приходить к конкретным выводам, повторять их в различных формулировках);
- получение точного понимания всех необходимых терминов и понятий.

Лекционный материал может сопровождаться демонстрацией слайдов и использованием раздаточного материала при проведении коротких дискуссий об особенностях применения отдельных тематик по дисциплине.

11.2. Методические указания для аспирантов по прохождению самостоятельной работы

В ходе выполнения самостоятельной работы, аспирант выполняет работу по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

В процессе выполнения самостоятельной работы, у аспиранта формируется целесообразное планирование рабочего времени, которое позволяет ему развивать умения

и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, помогает получить навыки повышения профессионального уровня.

Методическими материалами, направляющими самостоятельную работу аспиранта являются:

- учебно-методический материал по дисциплине.

11.3. Методические указания для аспирантов по прохождению текущего контроля успеваемости.

Текущий контроль успеваемости предусматривает контроль качества знаний аспирантов, осуществляемый в течение семестра с целью оценивания хода освоения дисциплины.

Возможные методы текущего контроля успеваемости аспирантов:

- устный опрос на занятиях;
- систематическая проверка выполнения индивидуальных заданий;
- защита отчётов по лабораторным работам;
- тестирование;
- контроль самостоятельных работ (в письменной или устной формах);
- иные виды, определяемые преподавателем.

11.4. Методические указания для аспирантов по прохождению промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация аспирантов предусматривает оценивание промежуточных и окончательных результатов обучения по дисциплине. Она включает в себя:

- зачет – это форма оценки знаний, полученных аспирантами в ходе изучения учебной дисциплины в целом или промежуточная (по окончании семестра) оценка знаний аспирантов по отдельным разделам дисциплины (модуля) с аттестационной оценкой «зачтено» или «не зачтено».

Лист внесения изменений в рабочую программу дисциплины

Дата внесения изменений и дополнений. Подпись внесшего изменения	Содержание изменений и дополнений	Дата и № протокола заседания кафедры	Подпись зав. кафедрой