

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
"САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ"

Кафедра № 1

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель программы

д.ф.-м.н., доц.

(должность, уч. степень, звание)

А.О. Смирнов

(инициалы, фамилия)

(подпись)

«15» декабря 2025 г

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Функциональный анализ»
(Наименование дисциплины)

Шифр научной специальности	1.1.2
Наименование научной специальности	Дифференциальные уравнения и математическая физика
Наименование направленности (профиля) (при наличии)	
Год начала реализации программы	2026

Санкт-Петербург– 2026

Лист согласования рабочей программы дисциплины

Программу составил (а)

д.ф.-м.н.,доц.

(должность, уч. степень, звание)



08.12.25

(подпись, дата)

А.О. Смирнов

(инициалы, фамилия)

Программа одобрена на заседании кафедры № 1

«08» декабря 2025 г, протокол № 05

Заведующий кафедрой № 1

д.ф.-м.н.,доц.

(уч. степень, звание)



08.12.25

(подпись, дата)

А.О. Смирнов

(инициалы, фамилия)

Ответственный за программу 1.1.2

д.ф.-м.н.,доц.

(должность, уч. степень, звание)



08.12.25

(подпись, дата)

А.О. Смирнов

(инициалы, фамилия)

Заместитель директора института ФПТИ по методической работе

доц.,к.т.н.,доц.

(должность, уч. степень, звание)



08.12.25

(подпись, дата)

Н.Ю. Ефремов

(инициалы, фамилия)

Аннотация

Дисциплина «Функциональный анализ» входит в состав программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре по научной специальности 1.1.2 «Дифференциальные уравнения и математическая физика». Дисциплина реализуется кафедрой «№1».

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с функциональным анализом и его приложениями

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: *лекции, самостоятельная работа обучающегося, консультации.*

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости, промежуточная аттестация в форме зачета.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 1 зачетную единицу, 36 часов.

Язык обучения по дисциплине — «русский».

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

1.1. Цели преподавания дисциплины

Целью преподавания факультативной дисциплины «Функциональный анализ» является дополнительная математическая подготовка аспирантов для выполнения научно-исследовательских работ в областях:

- разработки и анализа физико-математических моделей исследуемых процессов, явлений и объектов, относящихся к профессиональной сфере;
- выработки оптимальных методов и путей решения задач, относящихся к профессиональной сфере.

1.2. Дисциплина входит в состав программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре.

1.3. В результате изучения дисциплины аспирант должен:

знать:

- базовые понятия функционального анализа (банаховы пространства, норма и т.д.)
- методы приближенных решений функциональных уравнений
- терминологию и основные понятия функционального анализа

уметь:

- разбираться в специальной литературе, посвященной продвинутым методам функционального анализа
- выбирать наиболее быстрые методы решения, в зависимости от поставленных задач
- аргументировать свои выводы владеть:
- применения операторных методов при решении линейных и нелинейных задач
- по моделированию функциональных систем уравнений; - по применению сходимости функций.

2. Место дисциплины в структуре программы

Дисциплина базируется на знаниях, ранее приобретенных обучающимися при изучении следующих дисциплин:

- Математический анализ
- Аналитическая геометрия и линейная алгебра

Знания, полученные при изучении материала данной дисциплины, имеют как самостоятельное значение, так и используются при проведении научно-исследовательской работы.

3. Объем и трудоемкость дисциплины

Данные об общем объеме дисциплины, трудоемкости отдельных видов учебной работы по дисциплине (и распределение этой трудоемкости по семестрам) представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Объем и трудоемкость дисциплины

Вид учебной работы	Всего	Трудоемкость по семестрам
		№1
1	2	3
<i>Общая трудоемкость дисциплины, ЗЕ/ (час)</i>	1/ 36	1/ 36
<i>Из них часов практической подготовки, (час)</i>		
<i>Аудиторные занятия, всего час.</i>	7	7
в том числе:		
лекции (Л), (час)	7	7
практические/семинарские занятия (ПЗ), (час)		

экзамен, (час)		
Самостоятельная работа (СР), всего (час)	29	29
Вид промежуточной аттестации: зачет, дифф. зачет, экзамен (Зачет, Дифф. зач, Экз.**)	Зачет,	Зачет,

Примечание: ** кандидатский экзамен

4. Содержание дисциплины

4.1. Распределение трудоемкости дисциплины по разделам и видам занятий.

Разделы, темы дисциплины и их трудоемкость приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Разделы, темы дисциплины, их трудоемкость

Разделы, темы дисциплины	Лекции (час)	ПЗ (СЗ) (час)	СРС (час)
Семестр 1			
Раздел 1. Нормированные линейные гильбертовы пространства Тема 1.1 Принцип сжимающих отображений и его применение к интегральным уравнениям. Тема 1.2 Компактность. Теорема Арцела. Тема 1.3 Линейные функционалы, теорема Хана-Банаха. Тема 1.4 Процесс ортогонализации в евклидовых и нормированных пространствах. Тема 1.5 Теорема Рисса-Фишера. Гильбертовы пространства и их изоморфизм. Тема 1.6 Примеры банаховых алгебр.	2		8
Раздел 2. Линейные функционалы и линейные операторы. Тема 2.1 Ортогональные системы функций. Тема 2.2 Непрерывные линейные функционалы. Тема 2.3 Сопряженное пространство и слабая сходимость. Тема 2.4 Линейные и компактные операторы. Тема 2.5 Самосопряженные операторы, спектр оператора, резольвента. Тема 2.6 Собственные значения компактного оператора. Тема 2.7 Измеримые функции и понятие интеграла Лебега и Стильтьеса.	2		7

<p>Раздел 3. Пространства функций</p> <p>Тема 2.1 Пространство L_1. Сходимость в среднем и квадратичном.</p> <p>Тема 2.2 Сходимость функциональных последовательностей. Тема 2.3 Ортогональный базис и ортогональные многочлены.</p> <p>Тема 2.4 Интеграл Фурье. Преобразование Фурье. Формула обращения.</p> <p>Тема 2.5 Применение преобразования Фурье к решению уравнения теплопроводности. преобразование Лапласа. Тема 2.6 Применение преобразования Лапласа к решению дифференциальных уравнений.</p> <p>Тема 2.7 Применение преобразования Фурье-Стилтьеса в теории вероятности.</p> <p>Тема 2.8 Линейные интегральные уравнения. Примеры задач. Интегральный оператор и метод Фредгольма.</p> <p>Тема 2.9 Элементы дифференциального исчисления в линейных пространствах.</p>	3		14
Итого в семестре:	7		29
Итого	7	0	29

Практическая подготовка заключается в непосредственном выполнении аспирантами определенных трудовых функций, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

4.2. Содержание разделов и тем лекционных занятий.

Содержание разделов и тем лекционных занятий приведено в таблице 3.

Таблица 3 – Содержание разделов и тем лекционного цикла

Номер раздела	Название и содержание разделов и тем лекционных занятий
1	<p>Нормированные линейные гильбертовы пространства</p> <p>Тема 1.1 Принцип сжимающих отображений и его применение к интегральным уравнениям.</p> <p>Тема 1.2 Компактность. Теорема Арцела.</p> <p>Тема 1.3 Линейные функционалы, теорема Хана-Банаха.</p> <p>Тема 1.4 Процесс ортогонализации в евклидовых и нормированных пространствах.</p> <p>Тема 1.5 Теорема Рисса-Фишера. Гильбертовы пространства и их изоморфизм.</p> <p>Тема 1.6 Примеры банаховых алгебр.</p>
2	<p>Линейные функционалы и линейные операторы</p> <p>Тема 2.1 Ортогональные системы функций.</p> <p>Тема 2.2 Непрерывные линейные функционалы.</p> <p>Тема 2.3 Сопряженное пространство и слабая сходимость.</p> <p>Тема 2.4 Линейные и компактные операторы.</p> <p>Тема 2.5 Самосопряженные операторы, спектр оператора, резольвента.</p> <p>Тема 2.6 Собственные значения компактного оператора.</p>

	Тема 2.7 Измеримые функции и понятие интеграла Лебега и Стильтьеса.
3	Пространства функций Тема 2.1 Пространство L_1 . Сходимость в среднем и квадратичном. Тема 2.2 Сходимость функциональных последовательностей. Тема 2.3 Ортогональный базис и ортогональные многочлены. Тема 2.4 Интеграл Фурье. Преобразование Фурье. Формула обращения. Тема 2.5 Применение преобразования Фурье к решению уравнения теплопроводности. преобразование Лапласа. Тема 2.6 Применение преобразования Лапласа к решению дифференциальных уравнений. Тема 2.7 Применение преобразования Фурье-Стильтьеса в теории вероятности. Тема 2.8 Линейные интегральные уравнения. Примеры задач. Интегральный оператор и метод фредгольма. Тема 2.9 Элементы дифференциального исчисления в линейных пространствах.

4.3. Практические (семинарские) занятия

Темы практических занятий и их трудоемкость приведены в таблице 4.

Таблица 4 – Практические занятия и их трудоемкость

№ п/п	Темы практических занятий	Формы практических занятий	Трудоемкость, (час)	Из них практической подготовки, (час)	№ раздела дисциплины
Учебным планом не предусмотрено					
Всего					

4.4. Самостоятельная работа аспирантов

Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость приведены в таблице 5.

Таблица 5 – Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость

Вид самостоятельной работы	Всего, час	Семестр 1, час
1	2	3
Изучение теоретического материала дисциплины (ТО)	15	15
Расчетно-графические задания (РГЗ)		
Выполнение реферата (Р)		
Подготовка к текущему контролю успеваемости (ТКУ)		
Домашнее задание (ДЗ)	10	10
Подготовка к промежуточной аттестации (программы аспирантуры)	4	4
Всего:	29	29

5. Перечень учебно-методического обеспечения
для самостоятельной работы аспирантов по дисциплине
Учебно-методические материалы для самостоятельной работы аспирантов указаны в п.п.
6-11.

6. Перечень печатных и электронных учебных изданий
Перечень печатных и электронных учебных изданий приведен в таблице 6.
Таблица 6– Перечень печатных и электронных учебных изданий

Шифр/ URL адрес	Библиографическая ссылка	Количество экземпляров в библиотеке (кроме электронных экземпляров)
https://e.lanbook.com/book/245	Люстерник, Л. А. Краткий курс функционального анализа : учебное пособие / Л. А. Люстерник, В. И. Соболев. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 272 с. — ISBN 978-5-8114-0976-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. Режим доступа: для авториз. пользователей.	ЭБС Лань
https://e.lanbook.com/book/65041	Филимоненкова, Н. В. Сборник задач по функциональному анализу : учебное пособие / Н. В. Филимоненкова. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 240 с. — ISBN 978-5-8114-1822-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. Режим доступа: для авториз. пользователей.	ЭБС Лань

7. Перечень электронных образовательных ресурсов
информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»
Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины, приведен в таблице 7.
Таблица 7 – Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

URL адрес	Наименование
https://e.lanbook.com/	Общероссийский математический портал ЭБС «Лань»

8. Перечень информационных технологий

8.1. Перечень программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.

Перечень используемого программного обеспечения представлен в таблице 8.

Таблица 8 – Перечень программного обеспечения

№ п/п	Наименование
	Не предусмотрено

8.2. Перечень информационно-справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень используемых информационно-справочных систем представлен в таблице 9.

Таблица 9– Перечень информационно-справочных систем

№ п/п	Наименование
	Не предусмотрено

9. Материально-техническая база

Состав материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине, представлен в таблице 10.

Таблица 10 – Состав материально-технической базы

№ п/п	Наименование составной части материально-технической базы	Номер аудитории (при необходимости)
1	Лекционная аудитория	

10. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

10.1. Состав оценочных средств для проведения промежуточной аттестации аспирантов по дисциплине приведен в таблице 11.

Таблица 11 – Состав оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Вид промежуточной аттестации	Перечень оценочных средств
Зачет	Список вопросов;

10.2. В качестве критериев оценки уровня освоения аспирантами дисциплины применяется 4-балльная шкала оценивания, которая приведена в таблице 12. В течение семестра может использоваться 100-балльная шкала модульно-рейтинговой системы Университета, правила использования которой, установлены соответствующим локальным нормативным актом ГУАП.

Таблица 12 – Критерии оценки уровня освоения дисциплины

Оценка	Характеристика уровня освоения дисциплины
4-балльная шкала	
«отлично» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> – аспирант глубоко и всесторонне усвоил программный материал; – уверенно, логично, последовательно и грамотно его излагает; – опираясь на знания основной и дополнительной литературы, тесно привязывает усвоенные научные положения с практической деятельностью по направлению подготовки/ специальности; – умело обосновывает и аргументирует выдвигаемые им идеи; – делает выводы и обобщения;

Оценка	Характеристика уровня освоения дисциплины
4-балльная шкала	
	– свободно владеет системой специализированных понятий.
«хорошо» «зачтено»	– аспирант твердо усвоил программный материал, грамотно и по существу излагает его, опираясь на знания основной литературы; – не допускает существенных неточностей; – увязывает усвоенные знания с практической деятельностью по направлению подготовки/ специальности; – аргументирует научные положения; – делает выводы и обобщения; – владеет системой специализированных понятий.
«удовлетворительно» «зачтено»	– аспирант усвоил только основной программный материал, по существу излагает его, опираясь на знания только основной литературы; – допускает несущественные ошибки и неточности; – испытывает затруднения в практическом применении знаний по направлению подготовки/ специальности; – слабо аргументирует научные положения; – затрудняется в формулировании выводов и обобщений; – частично владеет системой специализированных понятий.
«неудовлетворительно» «не зачтено»	– аспирант не усвоил значительной части программного материала; – допускает существенные ошибки и неточности при рассмотрении проблем в конкретном направлении подготовки/ специальности; – испытывает трудности в практическом применении знаний; – не может аргументировать научные положения; – не формулирует выводов и обобщений.

10.3. Типовые контрольные задания или иные материалы.

Вопросы (задачи) для экзамена представлены в таблице 13.

Таблица 13 – Вопросы (задачи) для экзамена

№ п/п	Перечень вопросов (задач) для экзамена
	Учебным планом не предусмотрено

Вопросы (задачи) для зачета / дифф. зачета представлены в таблице 14.

Таблица 14 – Вопросы (задачи) для зачета / дифф. зачета

№ п/п	Перечень вопросов (задач) для зачета / дифф. зачета
1	Метрики и метрические пространства
2	Примеры и свойства полных метрических пространств
3	Неподвижные точки отображений
4	Векторные пространства
5	Нормы и нормированные пространства
6	Банаховы пространства
7	Гильбертовы пространства
8	Существование и единственность решения интегральных уравнений
9	Пространство линейных функционалов. Теорема Рисса.
10	Собственные значения и компактные операторы
11	Сходимость в среднем и квадратичном

12	Неравенство Коши-Буняковского. Ортогональность.
13	Линейные операторы в Гильбертовом пространстве
14	Пространства Лебега
15	Пространства Соболева
16	Интеграл Фурье и его применение
17	Преобразование Фурье и его применение.
18	Теорема Хана-Банаха о расширении функционала
19	Применение интеграла Фурье
20	Преобразование Лапласа
21	Применение преобразования Лапласа к решению дифференциальных уравнений.
22	Применение преобразования Фурье-Стилтьеса в теории вероятности.
23	Линейные интегральные уравнения. Метод Фредгольма.

Вопросы для проведения промежуточной аттестации в виде тестирования представлены в таблице 15.

Таблица 15 – Примерный перечень вопросов для тестов

№ п/п	Примерный перечень вопросов для тестов
	Учебным планом не предусмотрено

10.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания уровня освоения дисциплины, содержатся в локальных нормативных актах ГУАП, регламентирующих порядок и процедуру проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации аспирантов ГУАП.

11. Методические указания для аспирантов по освоению дисциплины

11.1. Методические указания для аспирантов по освоению лекционного материала

Основное назначение лекционного материала – логически стройное, системное, глубокое и ясное изложение учебного материала. Назначение современной лекции в рамках дисциплины не в том, чтобы получить всю информацию по теме, а в освоении фундаментальных проблем дисциплины, методов научного познания, новейших достижений научной мысли. В учебном процессе лекция выполняет методологическую, организационную и информационную функции. Лекция раскрывает понятийный аппарат конкретной области знания, её проблемы, дает цельное представление о дисциплине, показывает взаимосвязь с другими дисциплинами.

Планируемые результаты при освоении аспирантами лекционного материала:

- получение современных, целостных, взаимосвязанных знаний, уровень которых определяется целевой установкой к каждой конкретной теме;
- получение опыта творческой работы совместно с преподавателем;
- развитие профессионально-деловых качеств, любви к предмету и самостоятельного творческого мышления.
- появление необходимого интереса, необходимого для самостоятельной работы;
- получение знаний о современном уровне развития науки и техники и о прогнозе их развития на ближайшие годы;
- научиться методически обрабатывать материал (выделять главные мысли и положения, приходить к конкретным выводам, повторять их в различных формулировках);
- получение точного понимания всех необходимых терминов и понятий.

Лекционный материал может сопровождаться демонстрацией слайдов и использованием раздаточного материала при проведении коротких дискуссий об особенностях применения отдельных тематик по дисциплине.

11.2. Методические указания для аспирантов по прохождению самостоятельной работы

В ходе выполнения самостоятельной работы, аспирант выполняет работу по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

В процессе выполнения самостоятельной работы, у аспиранта формируется целесообразное планирование рабочего времени, которое позволяет ему развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, помогает получить навыки повышения профессионального уровня.

Методическими материалами, направляющими самостоятельную работу аспиранта являются:

- учебно-методический материал по дисциплине;

11.3. Методические указания для аспирантов по прохождению текущего контроля успеваемости.

Текущий контроль успеваемости предусматривает контроль качества знаний аспирантов, осуществляемый в течение семестра с целью оценивания хода освоения дисциплины.

Возможные методы текущего контроля успеваемости аспирантов:

- устный опрос на занятиях;
- систематическая проверка выполнения индивидуальных заданий;
- защита отчётов по лабораторным работам;
- тестирование;
- контроль самостоятельных работ (в письменной или устной формах);
- иные виды, определяемые преподавателем.

11.4. Методические указания для аспирантов по прохождению промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация аспирантов предусматривает оценивание промежуточных и окончательных результатов обучения по дисциплине. Она включает в себя:

- зачет – это форма оценки знаний, полученных аспирантами в ходе изучения учебной дисциплины в целом или промежуточная (по окончании семестра) оценка знаний аспирантов по отдельным разделам дисциплины (модуля) с аттестационной оценкой «зачтено» или «не зачтено».

Лист внесения изменений в рабочую программу дисциплины

Дата внесения изменений и дополнений. Подпись внесшего изменения	Содержание изменений и дополнений	Дата и № протокола заседания кафедры	Подпись зав. кафедрой