

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
"САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ"

Кафедра № 1

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель программы

д.ф.-м.н., доц.

(должность, уч. степень, звание)

А.О. Смирнов

(инициалы, фамилия)



(подпись)

«15» декабря 2025 г

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Нелинейные математические модели»

(Наименование дисциплины)

Шифр научной специальности	1.1.2
Наименование научной специальности	Дифференциальные уравнения и математическая физика
Наименование направленности (профиля) (при наличии)	
Год начала реализации программы	2026

Санкт-Петербург– 2026

Лист согласования рабочей программы дисциплины

Программу составил (а)

д.ф.-м.н.,доц.

(должность, уч. степень, звание)



08.12.25

(подпись, дата)

А.О. Смирнов

(инициалы, фамилия)

Программа одобрена на заседании кафедры № 1

«08» декабря 2025 г, протокол № 05

Заведующий кафедрой № 1

д.ф.-м.н.,доц.

(уч. степень, звание)



08.12.25

(подпись, дата)

А.О. Смирнов

(инициалы, фамилия)

Ответственный за программу 1.1.2

д.ф.-м.н.,доц.

(должность, уч. степень, звание)



08.12.25

(подпись, дата)

А.О. Смирнов

(инициалы, фамилия)

Заместитель директора института ФПТИ по методической работе

доц.,к.т.н.,доц.

(должность, уч. степень, звание)



08.12.25

(подпись, дата)

Н.Ю. Ефремов

(инициалы, фамилия)

Аннотация

Дисциплина «Нелинейные математические модели» входит в состав программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре по научной специальности 1.1.2 «Дифференциальные уравнения и математическая физика». Дисциплина реализуется кафедрой «№1».

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с методами решения и анализа решений нелинейных дифференциальных и разностных уравнений.

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа обучающегося, консультации*

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости, промежуточная аттестация в форме экзамена.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 4 зачетных единицы, 144 часа.

Язык обучения по дисциплине — русский.

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

1.1. Цели преподавания дисциплины

Цель преподавания дисциплины заключается в получении аспирантом навыков анализа поведения решений нелинейных дифференциальных, разностных и дифференциально-разностных уравнений.

1.2. Дисциплина входит в состав программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре.

1.3. В результате изучения дисциплины аспирант должен:

знать:

- наиболее известные интегрируемые нелинейные модели
- методы построения интегрируемых нелинейных уравнений
- методы анализа нелинейных моделей

уметь:

- выводить простейшие нелинейные модели
- находить точные решения интегрируемых нелинейных уравнений
- определять наличие хаотического режима в нелинейной модели

владеть:

- анализа слабо нелинейных моделей
- анализа неинтегрируемых нелинейных уравнений
- анализа современных публикаций

2. Место дисциплины в структуре программы

Дисциплина базируется на знаниях, ранее приобретенных обучающимися при изучении следующих дисциплин:

- Математический анализ
- Дифференциальные уравнения

Знания, полученные при изучении материала данной дисциплины, имеют как самостоятельное значение, так и используются при проведении научных исследований.

3. Объем и трудоемкость дисциплины

Данные об общем объеме дисциплины, трудоемкости отдельных видов учебной работы по дисциплине (и распределение этой трудоемкости по семестрам) представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Объем и трудоемкость дисциплины

Вид учебной работы	Всего	Трудоемкость по семестрам
		№7
1	2	3
<i>Общая трудоемкость дисциплины, ЗЕ/ (час)</i>	4/ 144	4/ 144
<i>Из них часов практической подготовки, (час)</i>		
<i>Аудиторные занятия, всего час.</i>	30	30
<i>в том числе:</i>		
<i>лекции (Л), (час)</i>	20	20
<i>практические/семинарские занятия (ПЗ), (час)</i>	10	10

экзамен, (час)	36	36
Самостоятельная работа (СР), всего (час)	78	78
Вид промежуточной аттестации: зачет, дифф. зачет, экзамен (Зачет, Дифф. зач, Экз.**)	Экз.**,	Экз.**,

Примечание: ** кандидатский экзамен

4. Содержание дисциплины

4.1. Распределение трудоемкости дисциплины по разделам и видам занятий.

Разделы, темы дисциплины и их трудоемкость приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Разделы, темы дисциплины, их трудоемкость

Разделы, темы дисциплины	Лекции (час)	ПЗ (СЗ) (час)	СРС (час)
Семестр 7			
Раздел 1. Слабо нелинейные модели Тема 1.1 Нелинейные явления в природе и лаборатории. Тема 1.2 Вывод уравнений методом малого параметра. Тема 1.3 Слабо нелинейные волны. Расплывание, расщепление и неустойчивости.	4	2	26
Раздел 2. Интегрируемые нелинейные модели Тема 2.1 Универсальные волновые уравнения. Уравнения Кортевега-де Фриза и Кадомцева-Петвиашвили. Нелинейное уравнение Шредингера. Уравнение sine-Gordon. Тема 2.2 Пара Лакса и иерархии интегрируемых нелинейных уравнений. Иерархия уравнения Кортевега-де Фриза. Иерархия нелинейного уравнения Шредингера. Тема 2.3 Метод преобразования Дарбу построения точных решений Тема 2.4 Простейшие конечнозонные решения. Спектральные кривые. Тема 2.5 Элементарное введение в алгебраическую геометрию. Тема 2.6 Тэта функция. Конечнозонные решения общего вида. Тема 2.7 Редукции общих конечнозонных решений к эллиптическим, тригонометрическим и рациональным.	10	6	26
Раздел 3. Неинтегрируемые нелинейные модели Тема 3.1 Некогерентные явления. Тема 3.2 Бифуркационные последовательности и хаос Тема 3.3 Потoki и отображения Тема 3.4 Странный аттрактор	6	2	26
Итого в семестре:	20	10	78
Итого	20	10	78

Практическая подготовка заключается в непосредственном выполнении аспирантами определенных трудовых функций, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

4.2. Содержание разделов и тем лекционных занятий.

Содержание разделов и тем лекционных занятий приведено в таблице 3.

Таблица 3 – Содержание разделов и тем лекционного цикла

Номер раздела	Название и содержание разделов и тем лекционных занятий
1	Слабо нелинейные модели 1.1 Нелинейные явления в природе и лаборатории. 1.2 Вывод уравнений методом малого параметра. 1.3 Слабо нелинейные волны. Расплывание, расщепление и неустойчивости.
2	Интегрируемые нелинейные модели 2.1 Универсальные волновые уравнения. Уравнения Кортевега-де Фриза и Кадомцева-Петвиашвили. Нелинейное уравнение Шредингера. Уравнение sine-Gordon. 2.2 Пара Лакса и иерархии интегрируемых нелинейных уравнений. Иерархия уравнения Кортевега-де Фриза. Иерархия нелинейного уравнения Шредингера. 2.3 Метод преобразования Дарбу построения точных решений 2.4 Простейшие конечнозонные решения. Спектральные кривые. 2.5 Элементарное введение в алгебраическую геометрию. 2.6 Тэта функция. Конечнозонные решения общего вида. 2.7 Редукции общих конечнозонных решений к эллиптическим, тригонометрическим и рациональным.
3	Неинтегрируемые нелинейные модели 3.1 Некогерентные явления. 3.2 Бифуркационные последовательности и хаос 3.3 Потoki и отображения 3.4 Странный аттрактор

4.3. Практические (семинарские) занятия

Темы практических занятий и их трудоемкость приведены в таблице 4.

Таблица 4 – Практические занятия и их трудоемкость

№ п/п	Темы практических занятий	Формы практических занятий	Трудоемкость, (час)	Из них практической подготовки, (час)	№ раздела дисциплины
Семестр 7					
1	Вывод уравнений методом малого параметра	Решение задач аспирантами под контролем преподавателя	2		1.2
2	Вывод уравнений иерархий Кортевега-де Фриза и нелинейного уравнения Шредингера	Решение задач аспирантами под контролем преподавателя	2		2.2

3	Построение точных решений методом преобразования Дарбу	Решение задач аспирантами под контролем преподавателя	2		2.3
4	Вычисление параметров гиперэллиптических кривых	Решение задач аспирантами под контролем преподавателя	2		2.5
5	Исследование логистического отображения	Решение задач аспирантами под контролем преподавателя	2		3.2
Всего			10		

4.4. Самостоятельная работа аспирантов

Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость приведены в таблице 5.

Таблица 5 – Виды самостоятельной работы и ее трудоемкость

Вид самостоятельной работы	Всего, час	Семестр 7, час
1	2	3
Изучение теоретического материала дисциплины (ТО)	33	33
Расчетно-графические задания (РГЗ)		
Выполнение реферата (Р)		
Подготовка к текущему контролю успеваемости (ТКУ)	19	19
Домашнее задание (ДЗ)	20	20
Подготовка к промежуточной аттестации (программы аспирантуры)	6	6
Всего:	78	78

5. Перечень учебно-методического обеспечения

для самостоятельной работы аспирантов по дисциплине

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы аспирантов указаны в п.п. 6-11.

6. Перечень печатных и электронных учебных изданий

Перечень печатных и электронных учебных изданий приведен в таблице 6.

Таблица 6– Перечень печатных и электронных учебных изданий

Шифр/ URL адрес	Библиографическая ссылка	Количество экземпляров в библиотеке (кроме электронных экземпляров)
https://e.lanbook.com/book/59600	Ибрагимов, Н. Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. Классические и новые методы. Нелинейные математические модели.	ЭБС Лань

	Симметрия и принципы инвариантности : учебник / Н. Х. Ибрагимов ; перевод с английского И. С. Емельяновой. — 2-е изд. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2012. — 332 с. — ISBN 978-5-9221-1377-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система.Режим доступа: для авториз. пользователей.	
--	---	--

7. Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины, приведен в таблице 7.

Таблица 7 – Перечень электронных образовательных ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

URL адрес	Наименование
https://e.lanbook.com/	Общероссийский математический портал ЭБС «Лань»

8. Перечень информационных технологий

8.1. Перечень программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.

Перечень используемого программного обеспечения представлен в таблице 8.

Таблица 8 – Перечень программного обеспечения

№ п/п	Наименование
	Не предусмотрено

8.2. Перечень информационно-справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень используемых информационно-справочных систем представлен в таблице 9.

Таблица 9– Перечень информационно-справочных систем

№ п/п	Наименование
	Не предусмотрено

9. Материально-техническая база

Состав материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине, представлен в таблице 10.

Таблица 10 – Состав материально-технической базы

№ п/п	Наименование составной части материально-технической базы	Номер аудитории (при необходимости)
-------	---	-------------------------------------

1	Лекционная аудитория	
2	Компьютерный класс	

10. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

10.1. Состав оценочных средств для проведения промежуточной аттестации аспирантов по дисциплине приведен в таблице 11.

Таблица 11 – Состав оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Вид промежуточной аттестации	Перечень оценочных средств
Экзамен**	Список вопросов к экзамену;

Примечание: ** кандидатский экзамен

10.2. В качестве критериев оценки уровня освоения аспирантами дисциплины применяется 4-балльная шкала оценивания, которая приведена в таблице 12. В течение семестра может использоваться 100-балльная шкала модульно-рейтинговой системы Университета, правила использования которой, установлены соответствующим локальным нормативным актом ГУАП.

Таблица 12 – Критерии оценки уровня освоения дисциплины

Оценка	Характеристика уровня освоения дисциплины
4-балльная шкала	
«отлично» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> – аспирант глубоко и всесторонне усвоил программный материал; – уверенно, логично, последовательно и грамотно его излагает; – опираясь на знания основной и дополнительной литературы, тесно привязывает усвоенные научные положения с практической деятельностью по направлению подготовки/ специальности; – умело обосновывает и аргументирует выдвигаемые им идеи; – делает выводы и обобщения; – свободно владеет системой специализированных понятий.
«хорошо» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> – аспирант твердо усвоил программный материал, грамотно и по существу излагает его, опираясь на знания основной литературы; – не допускает существенных неточностей; – увязывает усвоенные знания с практической деятельностью по направлению подготовки/ специальности; – аргументирует научные положения; – делает выводы и обобщения; – владеет системой специализированных понятий.
«удовлетворительно» «зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> – аспирант усвоил только основной программный материал, по существу излагает его, опираясь на знания только основной литературы; – допускает несущественные ошибки и неточности; – испытывает затруднения в практическом применении знаний по направлению подготовки/ специальности; – слабо аргументирует научные положения; – затрудняется в формулировании выводов и обобщений; – частично владеет системой специализированных понятий.
«неудовлетворительно» «не зачтено»	<ul style="list-style-type: none"> – аспирант не усвоил значительной части программного материала; – допускает существенные ошибки и неточности при рассмотрении проблем в конкретном направлении подготовки/ специальности; – испытывает трудности в практическом применении знаний; – не может аргументировать научные положения; – не формулирует выводов и обобщений.

10.3. Типовые контрольные задания или иные материалы.
Вопросы (задачи) для экзамена представлены в таблице 13.

Таблица 13 – Вопросы (задачи) для экзамена

№ п/п	Перечень вопросов (задач) для экзамена
1	Вывод нелинейных уравнений методом малого параметра
2	Вывод нелинейных волновых уравнений с помощью преобразования Лапласа
3	Пара Лакса для уравнения Кортевега-де Фриза
4	Пара Лакса для уравнения Кадомцева-Петвиашвили
5	Пара Лакса для уравнения Бусинеска
6	Пара Лакса для нелинейного уравнения Шредингера
7	Пара Лакса для модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза
8	Пара Лакса для уравнения sine-Gordon
9	Преобразование Дарбу для уравнения Кортевега-де Фриза
10	Преобразование Дарбу для нелинейного уравнения Шредингера
11	Преобразование Дарбу для уравнения sine-Gordon
12	Билинейные соотношения Римана
13	Формула Римана-Гурвица
14	Абелевы дифференциалы
15	Точки Вейерштрасса
16	Многомерные тэта-функции и их свойства
17	Эллиптические функции Вейерштрасса
18	Эллиптические функции Якоби
19	Эллиптические тэта-функции
20	Логистическое отображение и его свойства
21	Постоянные Фейгенбаума
22	Отображение Лоренца
23	Множество Мандельброта
24	Множество Жюлиа
25	Странный аттрактор
26	Фрактальная размерность

Вопросы (задачи) для зачета / дифф. зачета представлены в таблице 14.

Таблица 14 – Вопросы (задачи) для зачета / дифф. зачета

№ п/п	Перечень вопросов (задач) для зачета / дифф. зачета
	Учебным планом не предусмотрено

Вопросы для проведения промежуточной аттестации в виде тестирования представлены в таблице 15.

Таблица 15 – Примерный перечень вопросов для тестов

№ п/п	Примерный перечень вопросов для тестов
	Учебным планом не предусмотрено

10.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания уровня освоения дисциплины, содержатся в локальных нормативных актах ГУАП, регламентирующих порядок и процедуру проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации аспирантов ГУАП.

11. Методические указания для аспирантов по освоению дисциплины

11.1. Методические указания для аспирантов по освоению лекционного материала .

Основное назначение лекционного материала – логически стройное, системное, глубокое и ясное изложение учебного материала. Назначение современной лекции в рамках дисциплины не в том, чтобы получить всю информацию по теме, а в освоении фундаментальных проблем дисциплины, методов научного познания, новейших достижений научной мысли. В учебном процессе лекция выполняет методологическую, организационную и информационную функции. Лекция раскрывает понятийный аппарат конкретной области знания, её проблемы, дает цельное представление о дисциплине, показывает взаимосвязь с другими дисциплинами.

Планируемые результаты при освоении аспирантами лекционного материала:

- получение современных, целостных, взаимосвязанных знаний, уровень которых определяется целевой установкой к каждой конкретной теме;
- получение опыта творческой работы совместно с преподавателем;
- развитие профессионально-деловых качеств, любви к предмету и самостоятельного творческого мышления.
- появление необходимого интереса, необходимого для самостоятельной работы;
- получение знаний о современном уровне развития науки и техники и о прогнозе их развития на ближайшие годы;
- научиться методически обрабатывать материал (выделять главные мысли и положения, приходить к конкретным выводам, повторять их в различных формулировках);
- получение точного понимания всех необходимых терминов и понятий.

Лекционный материал может сопровождаться демонстрацией слайдов и использованием раздаточного материала при проведении коротких дискуссий об особенностях применения отдельных тематик по дисциплине.

11.2. Методические указания для аспирантов по прохождению практических занятий

Практическое занятие является одной из основных форм организации учебного процесса, заключающееся в выполнении аспирантами под руководством преподавателя комплекса учебных заданий с целью усвоения научно-теоретических основ учебной дисциплины, приобретения умений и навыков, опыта творческой деятельности.

Целью практического занятия для аспиранта является привитие аспиранту умений и навыков практической деятельности по изучаемой дисциплине.

Планируемые результаты при освоении аспирантом практических занятий:

- закрепление, углубление, расширение и детализация знаний при решении конкретных задач;
- развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;
- овладение новыми методами и методиками изучения конкретной учебной дисциплины;
- выработка способности логического осмысления полученных знаний для выполнения заданий;
- обеспечение рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм обучения.

11.3. Методические указания для аспирантов по прохождению самостоятельной работы

В ходе выполнения самостоятельной работы, аспирант выполняет работу по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

В процессе выполнения самостоятельной работы, у аспиранта формируется целесообразное планирование рабочего времени, которое позволяет ему развивать умения

и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, помогает получить навыки повышения профессионального уровня.

Методическими материалами, направляющими самостоятельную работу аспиранта являются:

учебно-методический материал по дисциплине.

11.4. Методические указания для аспирантов по прохождению текущего контроля успеваемости.

Текущий контроль успеваемости предусматривает контроль качества знаний аспирантов, осуществляемый в течение семестра с целью оценивания хода освоения дисциплины.

Возможные методы текущего контроля успеваемости аспирантов:

- устный опрос на занятиях;
- систематическая проверка выполнения индивидуальных заданий;
- защита отчётов по лабораторным работам;
- тестирование;
- контроль самостоятельных работ (в письменной или устной формах);
- иные виды, определяемые преподавателем.

11.5. Методические указания для аспирантов по прохождению промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация аспирантов предусматривает оценивание промежуточных и окончательных результатов обучения по дисциплине. Она включает в себя:

– кандидатский экзамен - форма оценки степени подготовленности соискателя ученой степени кандидата наук к проведению научных исследований по конкретной научной специальности и отрасли науки, по которой подготавливается или подготовлена диссертация

Лист внесения изменений в рабочую программу дисциплины

Дата внесения изменений и дополнений. Подпись внесшего изменения	Содержание изменений и дополнений	Дата и № протокола заседания кафедры	Подпись зав. кафедрой